

Câu 1 (2,5 điểm). Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$.

- a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.
b) Tìm các giá trị của m để đường thẳng $(d): y = 2x - m$ cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt A, B nằm về hai nhánh khác nhau của (C) .

Câu 2 (1,5 điểm). Giải phương trình: $\sin x(1 + 8\cos x) = \cos\left(3x - \frac{3\pi}{2}\right)$

Câu 3 (1,0 điểm). Cho hai đường thẳng d_1, d_2 song song với nhau. Trên đường thẳng d_1 có 10 điểm phân biệt, trên đường thẳng d_2 có n điểm phân biệt $(n \in \mathbb{N}, n \geq 2)$. Cứ 3 điểm không thẳng hàng trong số các điểm nói trên lập thành một tam giác. Biết rằng có 2800 tam giác được lập theo cách như vậy. Tìm n ?

Câu 4 (1,0 điểm).

Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a , cạnh bên tạo với đáy một góc bằng 60° . Gọi M là trung điểm cạnh BC và I là trung điểm của AM . Biết rằng hình chiếu của điểm I lên mặt đáy $A'B'C'$ là trọng tâm G của $\Delta A'B'C'$.
Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

Câu 5 (1,0 điểm). Tìm m để bất phương trình sau có nghiệm $x \in [0; 1 + \sqrt{3}]$

$$m(\sqrt{x^2 - 2x + 2} + 1) + x(2 - x) \leq 0$$

Câu 6 (1,0 điểm).

Cho ΔABC có trung điểm cạnh BC là $M(3; -1)$, đường thẳng chứa đường cao kẻ từ B đi qua điểm $E(-1; -3)$ và đường thẳng chứa AC đi qua điểm $F(1; 3)$. Điểm đối xứng của đỉnh A qua tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC là điểm $D(4; -2)$. Tìm tọa độ các đỉnh của ΔABC .

Câu 7 (1,0 điểm). Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x^3 - 3x^2 + 2 = \sqrt{y^3 + 3y^2} \\ 3\sqrt{x-2} = \sqrt{y^2 + 8y} \end{cases}$$

Câu 8 (1,0 điểm).

Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số: $f(x) = \frac{x^4 - 4x^3 + 8x^2 - 8x + 5}{x^2 - 2x + 2}$

----- HẾT -----

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:.....; Số báo danh:.....

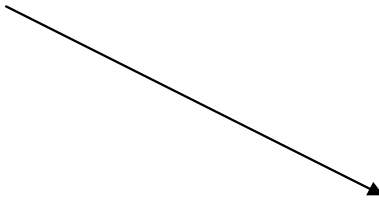
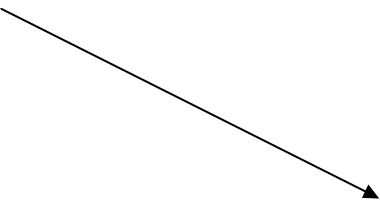
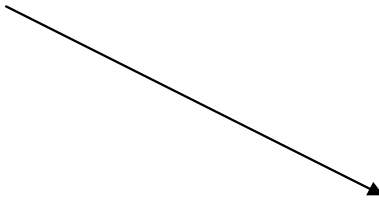
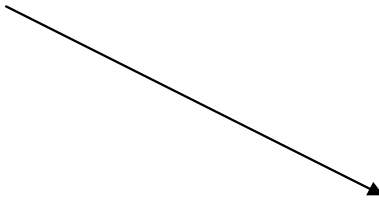
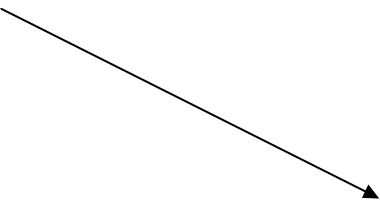
Xin cảm ơn **Rafael Fuji** (leekuyngpyoungjan19@gmail.com) đã gửi tới
www.laisac.page.tl

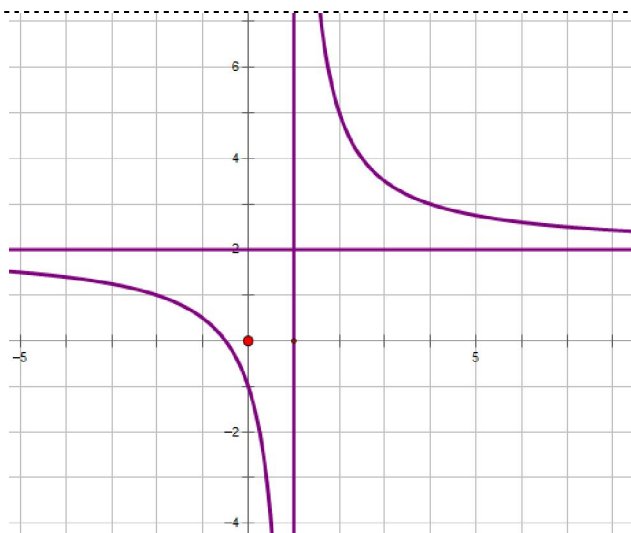
HƯỚNG DẪN CHẤM THI
(Văn bản này gồm 06 trang)

I) Hướng dẫn chung:

- 1) Nếu thí sinh làm bài **không theo cách nêu trong đáp án nhưng vẫn đúng** thì cho đủ số điểm từng phần như thang điểm quy định.
- 2) Việc chi tiết hoá thang điểm (nếu có) trong hướng dẫn chấm phải đảm bảo không làm sai lệch hướng dẫn chấm và phải được thống nhất thực hiện trong các giáo viên chấm thi Khảo sát.
- 3) Điểm toàn bài tính đến **0.25** điểm. (sau khi cộng điểm toàn bài, giữ nguyên kết quả)

II) Đáp án và thang điểm:

Câu	Đáp án	Điểm										
Câu 1 (2,5 điểm)	Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$. a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.											
	Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ Ta có: $y' = \frac{-3}{(x-1)^2} < 0 \quad \forall x \in D$	0.25										
	Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$ Hàm số không có cực trị.	0.25										
	Tính $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} y = 2$ nên đồ thị hàm số nhận đường thẳng $y = 2$ là đường tiệm cận ngang Tính $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty; \lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty$; nên đồ thị hàm số nhận đường thẳng $x = 1$ là đường tiệm cận đứng	0.25										
	Bảng biến thiên:	0.25										
	<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td></td><td>-</td><td>-</td></tr><tr><td>y</td><td>2 </td><td>$+\infty$</td><td></td></tr></table>		x	$-\infty$	1	$+\infty$	y'		-	-	y	2 
x	$-\infty$	1	$+\infty$									
y'		-	-									
y	2 	$+\infty$										
Đồ thị:	0.25											



b) Tìm các giá trị của m để đường thẳng $(d): y = 2x - m$ cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt A, B nằm về hai nhánh khác nhau của (C) .

Xét phương trình hoành độ giao điểm của $(d): y = 2x - m$ và (C) :

$$\frac{2x+1}{x-1} = 2x - m \quad (1)$$

Với mọi $x \neq 1$, phương trình $(1) \Leftrightarrow 2x^2 - (m+4)x + m - 1 = 0 \quad (2)$

0.25

Để $(d): y = 2x - m$ cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt A, B nằm về hai nhánh khác nhau của (C) thì phương trình (2) phải có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho

0.25

$$x_1 < 1 < x_2$$

Đặt $f(x) = 2x^2 - (m+4)x + m - 1$

0.25

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow 2.f(1) < 0$

Biến đổi $2.f(1) < 0 \Leftrightarrow f(1) < 0 \Leftrightarrow 2.1 - (m+4) + m - 1 < 0$

0.25

$$\Leftrightarrow -3 < 0 \Leftrightarrow m \in \mathbb{R}$$

Kết luận: Với mọi giá trị thực của m đều thỏa mãn yêu cầu của bài toán.

0.25

Giải phương trình: $\sin x(1 + 8\cos x) = \cos\left(3x - \frac{3\pi}{2}\right)$

Ta có:

$$\sin x(1 + 8\cos x) = \cos\left(3x - \frac{3\pi}{2}\right) \Leftrightarrow \sin x + 8\sin x \cos x = -\sin(3x - 2\pi)$$

0.5

$$\Leftrightarrow \sin x + 4\sin 2x = -\sin 3x \Leftrightarrow (\sin x + \sin 3x) + 4\sin 2x = 0$$

0.25

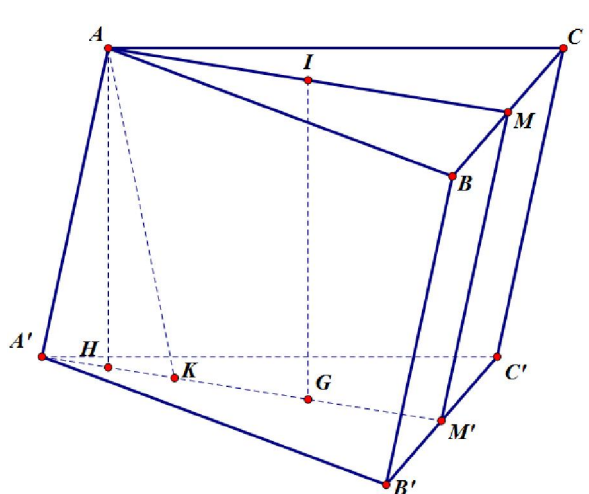
$$\Leftrightarrow 2\sin 2x \cos x + 4\sin 2x = 0 \Leftrightarrow 2\sin 2x(\cos x + 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin 2x = 0 \quad (1) \\ \cos x + 2 = 0 \quad (2) \end{cases}$$

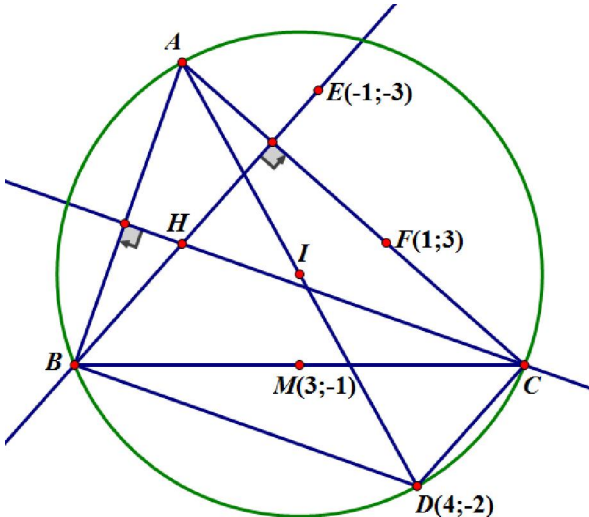
0.25

0.25

**Câu 2
(1,5
điểm)**

	Giải (1) cho $x = \frac{k\pi}{2}; k \in \mathbb{Z}$; còn (2) vô nghiệm	
	Kết luận phương trình có nghiệm: $x = \frac{k\pi}{2}; k \in \mathbb{Z}$	0.25
Câu 3 (1 điểm)	Cho hai đường thẳng d_1, d_2 song song với nhau. Trên đường thẳng d_1 có 10 điểm phân biệt, trên đường thẳng d_2 có n điểm phân biệt ($n \in \mathbb{N}, n \geq 2$). Cứ 3 điểm không thẳng hàng trong số các điểm nói trên lập thành một tam giác. Biết rằng có 2800 tam giác được lập theo cách như vậy. Tìm n ?	
	Số tam giác có 1 đỉnh thuộc d_1 , 2 đỉnh thuộc d_2 là: $C_{10}^1 \cdot C_n^2$	0.25
	Số tam giác có 2 đỉnh thuộc d_1 , 1 đỉnh thuộc d_2 là: $C_{10}^2 \cdot C_n^1$	0.25
	Theo giả thiết: $C_{10}^1 \cdot C_n^2 + C_{10}^2 \cdot C_n^1 = 2800$ $\Leftrightarrow 10 \cdot \frac{n!}{(n-2)! \cdot 2!} + \frac{10!}{2! \cdot 8!} \cdot \frac{n!}{(n-1)!} = 2800$	0.25
	$\Leftrightarrow n^2 + 8n - 560 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 20 \\ n = -28 \end{cases}$ Kết luận: $n = 20$	0.25
Câu 4 (1 điểm)	Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a , cạnh bên tạo với đáy một góc bằng 60° . Gọi M là trung điểm cạnh BC và I là trung điểm của AM . Biết rằng hình chiếu của điểm I lên mặt đáy $A'B'C'$ là trọng tâm G của $\Delta A'B'C'$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.	
	Hình vẽ:	0.25
	 <p>Gọi M' là trung điểm của $B'C'$; $K \in A'M'$ sao cho $A'K = KG = GM'$ Kẻ $AH \perp A'M'$; $H \in A'M'$</p> <p>Ta có $AHGI$ là hình bình hành nên $IG = AH$ Hơn nữa $AM = A'M'$, I là trung điểm của AM, G là trọng tâm của $\Delta A'B'C'$ nên H là trung điểm của $A'K \Rightarrow A'H = \frac{1}{6} A'M'$</p>	0.25

	<p>Ta có: $dtA'B'C' = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$; $A'M' = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow A'H = \frac{a\sqrt{3}}{12}$</p> <p>$AH = A'H \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{12} \cdot \sqrt{3} = \frac{a}{4}$</p>	0.25
	<p>Từ đó: $V_{ABC.A'B'C'} = AH \cdot dtA'B'C' = \frac{a}{4} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{16}$ (đvtt)</p>	0.25
<p>Câu 5 (1 điểm)</p>	<p>Tìm m để bất phương trình sau có nghiệm $x \in [0; 1 + \sqrt{3}]$:</p> $m(\sqrt{x^2 - 2x + 2} + 1) + x(2 - x) \leq 0$	
	<p>Đặt $t = \sqrt{x^2 - 2x + 2}$ do $x \in [0; 1 + \sqrt{3}]$ nên $t \in [1; 2]$</p>	0.25
	<p>Bất phương trình tương đương với: $m \leq \frac{t^2 - 2}{t + 1}$</p>	0.25
	<p>Khảo sát hàm số $g(t) = \frac{t^2 - 2}{t + 1}$ với $t \in [1; 2]$</p> <p>Ta có: $g'(t) = \frac{t^2 + 2t + 2}{(t + 1)^2} > 0$. Vậy $g(t) = \frac{t^2 - 2}{t + 1}$ đồng biến trên $[1; 2]$</p> <p>Và do đó: $\text{Max} g(t) = g(2) = \frac{2}{3}$</p>	0.25
	<p>Từ đó: $m \leq \frac{t^2 - 2}{t + 1}$ có nghiệm $t \in [1; 2] \Leftrightarrow m \leq \max_{t \in [1; 2]} g(t) = g(2) = \frac{2}{3}$</p> <p>Kết luận: $m \leq \frac{2}{3}$</p>	0.25
<p>Câu 6 (1 điểm)</p>	<p>Cho $\triangle ABC$ có trung điểm cạnh BC là $M(3; -1)$, đường thẳng chứa đường cao kẻ từ B đi qua điểm $E(-1; -3)$ và đường thẳng chứa AC đi qua điểm $F(1; 3)$. Điểm đối xứng của đỉnh A qua tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$ là điểm $D(4; -2)$. Tìm tọa độ các đỉnh của $\triangle ABC$.</p>	

	<p>Hình vẽ:</p>  <p>Gọi H là trực tâm ΔABC thì có $BHCD$ là hình bình hành, nên M là trung điểm $HD \Rightarrow H(2;0)$</p> <p>BH chứa $E(-1;-3)$ nên $(BH): \frac{x-2}{-1-2} = \frac{y-0}{-3-0} \Leftrightarrow (BH): x-y-2=0$</p> <hr/> <p>Do $DC \parallel BH$ và $D(4;-2)$ thuộc DC nên $(DC): x-y-6=0$</p> <p>Do $BH \perp AC$ và $F(1;3)$ thuộc AC nên $(AC): x+y-4=0$</p> <hr/> <p>Do $C = AC \cap DC$ nên tọa độ C là nghiệm của hệ $\begin{cases} x-y-6=0 \\ x+y-4=0 \end{cases}$</p> <p>Tìm được $C(5;-1)$</p> <p>$M(3;-1)$ là trung điểm của BC nên $B(1;-1) \Rightarrow \overrightarrow{BC} = (4;0)$</p> <hr/> <p>Do H là trực tâm ΔABC nên $AH \perp BC \Rightarrow (AH): x-2=0$</p> <p>Do $A = AH \cap AC$ nên tọa độ A là nghiệm của hệ $\begin{cases} x-2=0 \\ x+y-4=0 \end{cases} \Rightarrow A(2;2)$</p> <p>Kết luận: $A(2;2); B(1;-1); C(5;-1)$</p>	0.25
<p>Câu 7 (1 điểm)</p>	<p>Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^3 - 3x^2 + 2 = \sqrt{y^3 + 3y^2} \\ 3\sqrt{x-2} = \sqrt{y^2 + 8y} \end{cases}$</p> <p>Điều kiện: $\begin{cases} y^3 + 3y^2 \geq 0 \\ y^2 + 8y \geq 0 \\ x - 2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ y \geq 0 \end{cases}$</p>	0.25

	<p>Khi đó:</p> $x^3 - 3x^2 + 2 = \sqrt{y^3 + 3y^2} \Leftrightarrow (x-1)^3 - 3(x-1) = (\sqrt{y+3})^3 - 3\sqrt{y+3}$ $\Leftrightarrow f(x-1) = f(\sqrt{y+3}) \text{ với hàm số } f(t) = t^3 - 3t$	0.25
	<p>Xét hàm số $f(t) = t^3 - 3t$ với $t \in [1; +\infty)$ có $f'(t) = 3t^2 - 3 = 3(t^2 - 1) \geq 0$</p> <p>Hàm số $f(t) = t^3 - 3t$ đồng biến trên $[1; +\infty)$</p> <p>Nên từ $f(x-1) = f(\sqrt{y+3}) \Rightarrow x-1 = \sqrt{y+3} \Leftrightarrow x-2 = \sqrt{y+3} - 1$</p>	0.25
	<p>Từ $3\sqrt{x-2} = \sqrt{y^2 + 8y} \Rightarrow 9(x-2) = y^2 + 8y \Leftrightarrow 9(\sqrt{y+3} - 1) = y^2 + 8y$</p> $\Leftrightarrow 9\sqrt{y+3} = y^2 + 8y + 9$ <p>Với điều kiện $y \geq 0$, bình phương 2 vế của phương trình trên và biến đổi thành:</p> $y^4 + 16y^3 + 72y^2 + 63y - 162 = 0 \Leftrightarrow (y-1)(y^3 + 17y^2 + 99y + 162) = 0$ <p>Suy ra $y = 1$ và $x = 3$. Kết luận: Hệ có nghiệm duy nhất: $\begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$</p>	0.25
Câu 8 (1 điểm)	<p>Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số: $f(x) = \frac{x^4 - 4x^3 + 8x^2 - 8x + 5}{x^2 - 2x + 2}$</p>	
	Tập xác định: $D = \mathbb{R}$	0.25
	Ta có: $f(x) = x^2 - 2x + 2 + \frac{1}{x^2 - 2x + 2}$; Chỉ ra: $x^2 - 2x + 2 = (x-1)^2 + 1 \geq 1$	0.25
	Theo BĐT Cauchy: $f(x) = x^2 - 2x + 2 + \frac{1}{x^2 - 2x + 2} \geq 2$	0.25
	<p>Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow x^2 - 2x + 2 = 1 \Leftrightarrow x = 1$.</p> <p>Vậy: $\min f(x) = 2$ đạt được khi $x = 1$</p>	0.25

-----Hết-----

Xin cảm ơn **Rafael Fuji** (leekyngpyoungjan19@gmail.com) đã gửi tới
www.laisac.page.tl