

**Câu 1 (2,0 điểm).** Cho hàm số  $y = x^3 - 3(m+1)x^2 + 9x - m$  (1), với  $m$  là tham số thực.

- Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi  $m = 1$ .
- Tìm giá trị của  $m$  để hàm số (1) đạt cực trị tại  $x_1, x_2$  sao cho  $|x_1 - x_2| = 4$ .

**Câu 2 (1,0 điểm).** Giải phương trình:  $\sin 3x + \cos 2x = 1 + 2 \sin x \cos 2x$

**Câu 3 (1,0 điểm).** Giải phương trình:  $\log_{(x+3)} (3 - |x-1|) = \frac{1}{2}$

**Câu 4 (1,0 điểm).**

- Tìm hệ số của  $x^3$  trong khai triển  $(3-2x)^{12}$ .
- Một lô hàng có 10 sản phẩm cùng loại, trong đó có 2 phế phẩm. Chọn ngẫu nhiên 6 sản phẩm. Tính xác suất để có nhiều nhất một phế phẩm.

**Câu 5 (1,0 điểm).** Tìm  $m$  để bất phương trình sau có nghiệm  $x \in [0; 1 + \sqrt{3}]$ :

$$m(\sqrt{x^2 - 2x + 2} + 1) + x(2 - x) \leq 0$$

**Câu 6 (1,0 điểm).** Cho hình vuông ABCD cạnh bằng 4a. Trên cạnh AB và AD lần lượt lấy hai điểm H và K sao cho  $BH = 3HA$  và  $AK = 3KD$ . Trên đường thẳng (d) vuông góc với (ABCD) tại H lấy điểm S sao cho  $\angle SBH = 30^\circ$ . Gọi E là giao điểm của CH và BK.

- Tính thể tích khối chóp  $S.BHKC$
- Chứng minh các điểm  $S, A, H, E, K$  nằm trên một mặt cầu và tính thể tích của khối cầu đó.

**Câu 7 (1,0 điểm).** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình bình hành ABCD có  $D(-6; -6)$ . Đường trung trực của đoạn DC có phương trình  $\Delta_1: 2x + 3y + 17 = 0$  và đường phân giác của góc BAC có phương trình  $\Delta_2: 5x + y - 3 = 0$ . Xác định tọa độ các đỉnh còn lại của hình bình hành ABCD.

**Câu 8 (1,0 điểm).** Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} 16x^3y^3 - 9y^3 = (2xy - y)(4xy^2 + 3) \\ 4x^2y^2 - 2xy^2 + y^2 = 3 \end{cases}$$

**Câu 9 (1,0 điểm).** Cho  $a, b, c$  là các số thực không âm và thỏa mãn  $a + b + c = \sqrt{3}$ . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

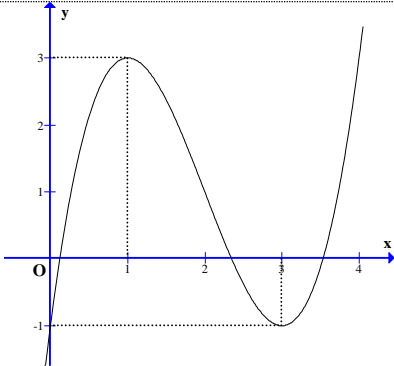
$$P = -2(ab + bc + ca)^3 + 27a^2b^2c^2 - 3(a^2 + b^2 + c^2) + 6(ab + bc + ca)$$

-----Hết-----

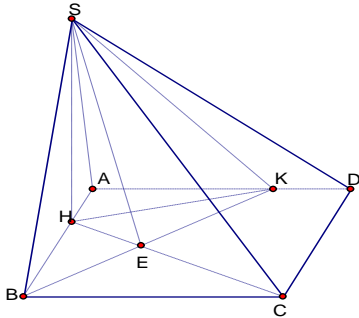
**Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Giám thị coi thi không giải thích gì thêm.**

Họ và tên thí sinh:.....; Số báo danh:.....

# ĐÁP ÁN ĐỀ KHẢO SÁT ĐH-CĐ NĂM HỌC 2014-2015

CÂU	NỘI DUNG CHÍNH	ĐIỂM																					
Câu 1a	Với $m = 1$ ta có $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$ . * Tập xác định: $D = \mathbb{R}$ * Sự biến thiên • Chiều biến thiên: $y' = 3x^2 - 12x + 9 = 3(x^2 - 4x + 3)$ ; $y' = 0 \Leftrightarrow x = 1 \vee x = 3$	0,25																					
	• Các khoảng đồng biến $(-\infty, 1) \cup (3, +\infty)$ ; khoảng nghịch biến $(1, 3)$ . • Cực trị: Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$ và $y_{CD} = y(1) = 3$ ; đạt cực tiểu tại $x = 3$ và $y_{CT} = y(3) = -1$ . • Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$ ; $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ .	0,25																					
	• Bảng biến thiên: <table><tr><td>x</td><td><math>-\infty</math></td><td>1</td><td>3</td><td><math>+\infty</math></td></tr><tr><td>y</td><td></td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td><td></td></tr><tr><td>y</td><td><math>-\infty</math></td><td colspan="2"><math>\nearrow 3</math></td><td colspan="2"><math>\searrow -1</math></td><td colspan="2"><math>\nearrow +\infty</math></td></tr></table>	x	$-\infty$	1	3	$+\infty$	y		+	0	-	0	+		y	$-\infty$	$\nearrow 3$		$\searrow -1$		$\nearrow +\infty$		0,25
	x	$-\infty$	1	3	$+\infty$																		
y		+	0	-	0	+																	
y	$-\infty$	$\nearrow 3$		$\searrow -1$		$\nearrow +\infty$																	
* Đồ thị: <div></div>	0,25																						
Câu 1b	Ta có $y' = 3x^2 - 6(m+1)x + 9$ . Hàm số đạt cực đại, cực tiểu tại $x_1, x_2 \Leftrightarrow$ phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm pb là $x_1, x_2$	0,25																					
	$\Leftrightarrow x^2 - 2(m+1)x + 3 = 0$ có hai nghiệm phân biệt là $x_1, x_2$ . $\Leftrightarrow \Delta' = (m+1)^2 - 3 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > -1 + \sqrt{3} \\ m < -1 - \sqrt{3} \end{cases} \quad (1)$	0,25																					
	+) Theo định lý Viet ta có $x_1 + x_2 = 2(m+1)$ ; $x_1 x_2 = 3$ . Khi đó $ x_1 - x_2  = 4 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2 = 16 \Leftrightarrow 4(m+1)^2 - 12 = 16$ $\Leftrightarrow (m+1)^2 = 7 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 - \sqrt{7} \\ m = -1 + \sqrt{7} \end{cases} \quad (2)$	0,25																					
	Từ (1) và (2) suy ra giá trị của $m = -1 - \sqrt{7}; m = -1 + \sqrt{7}$	0,25																					
Câu 2	Phương trình $\Leftrightarrow \sin 3x + \cos 2x = 1 + \sin 3x - \sin x$	0,25																					
	$\Leftrightarrow 2\sin^2 x - \sin x = 0$	0,25																					

	$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \\ \sin x = \frac{1}{2} \end{cases}$ <p>Với <math>\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi (k \in \mathbb{Z})</math></p>	0,25
	<p>Với <math>\sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})</math></p> <p>Vậy phương trình có 3 họ nghiệm <math>x = \frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi; x = k\pi (k \in \mathbb{Z})</math></p>	0,25
<b>Câu 3</b>	<p>Điều kiện: <math>\begin{cases} 0 &lt; x+3 \neq 1 \\ 3- x-1  &gt; 0 \end{cases} \Leftrightarrow -2 &lt; x &lt; 4</math></p>	0,25
	<p><math>\log_{x+3}(3- x-1 ) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 3- x-1  = \sqrt{x+3} \quad (1)</math></p> <p>. với <math>-2 &lt; x &lt; 1: (1) \Leftrightarrow \sqrt{x+3} = x+2</math></p> <p>Giải phương trình trên được nghiệm <math>x = \frac{-3+\sqrt{5}}{2}</math> thỏa mãn và <math>x = \frac{-3-\sqrt{5}}{2}</math> loại</p>	0,25
	<p>. với <math>1 \leq x &lt; 4: (1) \Leftrightarrow \sqrt{x+3} = 4-x \Leftrightarrow x^2 - 9x + 13 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{9-\sqrt{29}}{2} \\ x = \frac{9+\sqrt{29}}{2} \end{cases}</math></p> <p>kết hợp với miền đang xét suy ra <math>x = \frac{9-\sqrt{29}}{2}</math> thỏa mãn.</p>	0,25
	<p>Vậy phương trình đã cho có nghiệm <math>x = \frac{-3+\sqrt{5}}{2}</math> hoặc <math>x = \frac{9-\sqrt{29}}{2}</math></p>	0,25
<b>Câu 4</b>		
<b>a.</b>	<p>Ta có <math>(3-2x)^{12} = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k \cdot 3^{12-k} \cdot (-2x)^k</math>. Để số hạng tổng quát chứa <math>x^3</math> thì <math>k = 3</math>.</p>	0,25
	<p>Vậy hệ số của <math>x^3</math> là <math>C_{12}^3 \cdot 3^9 \cdot (-8) = -34642080</math>.</p>	0,25
<b>b.</b>	<p>Số cách chọn 6 sản phẩm từ 10 sản phẩm là <math>C_{10}^6</math></p> <p>Số cách chọn 6 sản phẩm mà không có phở phẩm là <math>C_8^6</math></p> <p>Số cách chọn 6 sản phẩm mà có đúng một phở phẩm là <math>C_8^5 \cdot C_2^1</math></p>	0,25
	<p>Số cách chọn 6 sản phẩm mà có nhiều nhất 1 phở phẩm là <math>C_8^6 + C_8^5 \cdot C_2^1</math></p> <p>Xác suất cần tìm là: <math>\frac{C_8^6 + C_8^5 \cdot C_2^1}{C_{10}^6} = \frac{2}{3}</math></p>	0,25
<b>Câu 5</b>	<p>Đặt <math>t = \sqrt{x^2 - 2x + 2}</math> do <math>x \in [0; 1 + \sqrt{3}]</math> nên <math>t \in [1; 2]</math></p>	0,25
		0,25

	Bất phương trình trở thành: $m \leq \frac{t^2 - 2}{t + 1}$	
	<p>Khảo sát hàm số <math>g(t) = \frac{t^2 - 2}{t + 1}</math> với <math>t \in [1; 2]</math></p> <p>Ta có: <math>g'(t) = \frac{t^2 + 2t + 2}{(t + 1)^2} &gt; 0</math>. Vậy <math>g(t) = \frac{t^2 - 2}{t + 1}</math> đồng biến trên <math>[1; 2]</math></p> <p>Và do đó: <math>Max g(t) = g(2) = \frac{2}{3}</math></p>	0,25
	<p>Từ đó: <math>m \leq \frac{t^2 - 2}{t + 1}</math> có nghiệm <math>t \in [1, 2] \Leftrightarrow m \leq \max_{t \in [1; 2]} g(t) = g(2) = \frac{2}{3}</math></p> <p>Kết luận: <math>m \leq \frac{2}{3}</math></p>	0,25
<b>Câu 6</b>	<p>Tam giác SHB vuông tại H có <math>SBH = 30^\circ</math> nên <math>SH = BH \tan 30^\circ = a\sqrt{3}</math></p> <p>Từ giả thiết <math>BH = 3a; HA = a; AK = 3a; KD = a</math></p>	0,25
	<p><math>S_{BHKC} = S_{ABCD} - S_{AHK} - S_{CDK} = \frac{25a^2}{2}</math></p> <p>Thể tích khối chóp SBHKC là</p> <p><math>V_{S.BHKC} = \frac{1}{3} S_{BHKC} \cdot SH = \frac{25\sqrt{3}a^3}{6}</math></p>	0,25
		
	<p>Ta có: <math>AD \perp AB, AD \perp SH \Rightarrow AD \perp SA \Rightarrow SAK = 90^\circ</math> (1)</p> <p><math>SH \perp AH</math> nên <math>SHK = 90^\circ</math> (2)</p> <p><math>CH \perp BK, BK \perp SH \Rightarrow BK \perp (SHE) \Rightarrow \angle SEK = 90^\circ</math> (3)</p> <p>Từ (1) (2) và (3) suy ra 5 điểm S, A, H, E, K cùng nằm trên một mặt cầu có đường kính là SK</p>	0,25
	<p>Ta có: <math>SK^2 = SH^2 + HK^2 = 3a^2 + 10a^2 = 13a^2 \Rightarrow SK = a\sqrt{13}</math></p> <p>Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp S.AHEK là <math>V = \frac{4}{3} \pi \cdot \left( \frac{a\sqrt{13}}{2} \right)^3 = \frac{13\pi a^3 \sqrt{13}}{6}</math></p>	0,25
<b>Câu 7</b>	<p>Gọi I là trung điểm của CD, do <math>I \in \Delta_1 \Rightarrow I(a; \frac{-2a - 17}{3})</math></p> <p>nên <math>\overrightarrow{DI} = (a + 6; \frac{1 - 2a}{3})</math>, đường thẳng <math>\Delta_1</math> có VTCP <math>\vec{u}_1(-3; 2)</math></p> <p>vì <math>\overrightarrow{DI} \cdot \vec{u}_1 = 0 \Leftrightarrow a = -4</math> do đó <math>I(-4; -3)</math> suy ra <math>C(-2; 0)</math></p>	0,25
	<p>Gọi C' đối xứng với C qua <math>\Delta_2</math>. Ta có phương trình CC': <math>x - 5y + 2 = 0</math></p> <p>Gọi J là trung điểm của CC'. Tọa độ J là nghiệm hệ <math>\begin{cases} x - 5y + 2 = 0 \\ 5x + y - 3 = 0 \end{cases} \Rightarrow J(\frac{1}{2}; \frac{1}{2})</math> nên <math>C'(3; 1)</math></p>	0,25
	<p>Đường thẳng AB qua C' nhận <math>\overrightarrow{DC}</math> làm VTCP có phương trình: <math>3x - 2y - 7 = 0</math>.</p> <p>Tọa độ A là nghiệm hệ: <math>\begin{cases} 3x - 2y - 7 = 0 \\ 5x + y - 3 = 0 \end{cases} \Rightarrow A(1; -2)</math></p>	0,25

	Do ABCD là hình bình hành nên $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ suy ra $B(5;4)$ Vậy $A(1;-2)$ , $B(5;4)$ , $C(-2;0)$	0,25									
Câu 8	$\begin{cases} 16x^3y^3 - 9y^3 = (2xy - y)(4xy^2 + 3) & (1) \\ 4x^2y^2 - 2xy^2 + y^2 = 3 & (2) \end{cases}$ Xét $y = 0$ , thay vào (2) ta được: $0 = 3 \Rightarrow y = 0$ không thỏa mãn hệ phương trình. Xét $y \neq 0$ ta có:	0,25									
	$\begin{cases} 16x^3y^3 - 9y^3 = (2xy - y)(4xy^2 + 3) \\ 4x^2y^2 - 2xy^2 + y^2 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 16x^3 - 9 = (2x - 1)(4x + \frac{3}{y^2}) & (3) \\ 4x^2 - 2x + 1 = \frac{3}{y^2} & (4) \end{cases}$	0,25									
	Thay (4) vào (3) ta được: $16x^3 - 9 = (2x - 1)(4x + 4x^2 - 2x + 1) \Leftrightarrow x = 1$	0,25									
	$\Rightarrow y = \pm 1$ Vậy hệ đã cho có hai nghiệm là: $\begin{cases} x = 1 \\ y = \pm 1 \end{cases}$	0,25									
Câu 9	Ta có: $ab + bc + ca \geq 3\sqrt[3]{ab \cdot bc \cdot ca} \Rightarrow 27a^2b^2c^2 \leq (ab + bc + ca)^3$ Lại có: $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca \Rightarrow -3(a^2 + b^2 + c^2) \leq -3(ab + bc + ca)$	0,25									
	Do đó $P \leq -(ab + bc + ca)^3 + 3(ab + bc + ca) = -t^3 + 3t = f(t)$ với $0 \leq t = ab + bc + ca \leq \frac{(a + b + c)^2}{3} = 1$	0,25									
	Ta có bảng bt của hàm số $f(t)$ trên $[0;1]$ <table><tr><td><math>t</math></td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td><math>f'(t)</math></td><td></td><td>+</td></tr><tr><td><math>f(t)</math></td><td></td><td>0</td></tr></table> <div></div>	$t$	0	1	$f'(t)$		+	$f(t)$		0	0,25
	$t$	0	1								
	$f'(t)$		+								
$f(t)$		0									
Từ BBT ta có: $\text{Max}_{t \in [0;1]} f(t) = 2$ khi $t = 1$ Từ đó ta có GTLN của $P$ bằng 2 khi $a = b = c = \frac{1}{\sqrt{3}}$	0,25										

Ghi chú: Học sinh giải cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa.

Cảm ơn bạn Vì Sao Lặng Lẽ ([visaolangle00@gmail.com](mailto:visaolangle00@gmail.com)) đã gửi tới [www.laisac.page.tl](http://www.laisac.page.tl)