





Коледно математическо състезание 2018


Име и фамилия: _____

Училище: _____ Град: _____

1.





2.




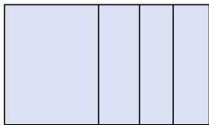
$2 + 3 =$	♥
$2 +$	♥ $= 8$
$6 -$	♥ $= 1+1$
♥ $+$	$6 = 3+4$
♥ $-$	$9 = 0$


3.




5	⬡	$3-1$
$7+2$	⬡	9
$6+2$	⬡	$7-1$
$1+2+5$	⬡	$4+4$
$5+3-2$	⬡	$6+1+2$














4.

 =

5.



	$=$	$3 + 2 - 4$
	$=$	2 + 
	$=$	 + 
	$=$	
	$=$	
 - 	$+$	 $=$

6.

8

+4

-7

+2

+3

7.

4 + = 5

+ =

+ =

+ =

+ =

8.

=

=

=

- + =

9.

3 7 4

2 5 7

5 4 9

10.

5 1

3 0

6 7 2

8 4 1

10

Отговори и оценяване (максимален брой точки – 75)

Задача 1. 2 т.

Първи ред – 7, 5, 3

Втори ред – 6, 4

Задача 2. 9 т., първи ред 1 т. и по 2 т. за останалите – 5, 6, 4, 1, 9

Задача 3. 10 т., по 2 т. за правилно попълнен знак - >, =, >, =, <

Задача 4. 4 т.

За преброени 9 или 10 правоъгълника – 4 т.

За преброени 7 или 8 правоъгълника – 2 т.

За преброени по-малко от 7 правоъгълника – 1 т.

Задача 5. 6 т.

Подарък = 1 - 1 т.

Топка = 3 - 2 т.

Елха = 4 - 2 т.

Топка – Подарък + Елха = 6 - 1 т.

Задача 6. 12 т., по 2 т. за правилно попълнено число

В стрелката - +1

В кръгчетата по посока на часовниковата стрелка – 9, 2, 4, 1, 4

Задача 7. 5 т., по 1 т. за верен ред

$4 + 1 = 5$

$5 + 3 = 8$

$2 + 3 = 5$

$6 + 1 = 7$

$1 + 5 = 6$

Задача 8. 7 т., по 2 т. за правилно преброена фигура и 1 т. за пресмятане

Триъгълник = 5

Правоъгълник = 3

Кръг = 10

Кръг – Триъгълник + Правоъгълник = 8

Задача 9. 10 т., по 2 т. за ред

$3 = 7 - 4$

$2 + 5 = 7$

$5 + 4 = 9$

$1 = 3 - 2$

$2 = 8 - 6$

Задача 10. 10 т., по 2 т. за ред

Първи ред – 4

Втори ред – 7

Трети ред – 1

Четвърти ред – 0

Пети ред – 1

Секция "Изток" - СМБ
КОЛЕДНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ - 08.12.2018г.
2 клас

Времето за решаване на задачите е 90 минути.

Регламент: Всяка задача от 1 до 9 има само един правилен отговор. "Друг отговор" се приема за решение само при отбелязан правилен резултат. Задачите от 1 до 3 се оценяват с по 3 точки, задачите от 4 до 6 се оценяват с по 5 точки, задачите от 7 до 9 се оценяват с по 7 точки. Задача 10 се решава подробно и се оценява с 15 точки. Неверни решения и задачи без отговор се оценяват с 0 точки.

Организаторите Ви пожелават успех!

Име....., училище....., град.....

1. Къде резултатът е най-голям?
а) $68 - 15$; б) $45 + 7$; в) $30 + 20$; г) $97 - 46$
2. Пресметнете разликата на сборовете $54 + 43$ и $43 + 32$
а) 2 б) 12 в) 22 г) 32
3. Колко са отсечките на фигурата?
а) 7 б) 8 в) 9 г) 10
4. Коя е следващата цифра в редицата: 1 2 3 4 5 4 3 2 1 2 3 4 5 ?
а) 3 б) 4 в) 5 г) друг отговор
5. Най-голямото от липсващите числа $6 + \square = 11$; $\square = 5 + 3$; $20 = \square + 13$; $\square - 8 = 1$; $13 - \square = 7$:
а) 6 б) 7 в) 8 г) друг отговор
6. Едната страна на правоъгълник е 12 м, а другата е с 5 м по-дълга. Обиколката на правоъгълника е:
а) 29 б) 34 в) 58 г) друг отговор
7. По колко начина може да се представи числото 12 като сбор от две числа?
а) 3 б) 5 в) 6 г) друг отговор
8. На масата има подредени в редица четири пакетчета с бонбони. В първото има един бонбон, а във всяко следващо с пет бонбона повече от предходното. Кои две пакетчета трябва да вземете, за да сте сигурни, че взетите и останалите на масата бонбони са равен брой?
а) първо и трето пакетче или второ и четвърто б) първо и четвърто пакетче или второ и трето
в) първо и второ или трето и четвърто пакетче г) друг отговор
9. Стопанинът има 5 земни участъци с различна форма.
I - разностранен триъгълник със страни 6м, 7м и 8м;
II - квадрат със страна 6м;
III - равнобедрен триъгълник с бедро 5м и дължина на третата страна 9м;
IV - правоъгълник със страни 3 м и 7м;
V - разностранен триъгълник със страна 7м.
Стопанинът си купил мрежа, дълга 39м. За ограждането на коидваот участъците ще му стигне?
а) III и IV б) II и III в) I и V г) друг отговор
10. В магазин доставили 8 еднакви шайги с ябълки, които тежат общо 80 кг и 6 еднакви шайги с круши, които са общо с 26 кг по-леки от всички шайги с ябълки.
а) С колко килограма една шайга с ябълки е по-тежка от една шайга с круши?
б) Ако продават 5 шайги с ябълки и още толкова шайги с круши, колко килограма плодове общо от двата вида ще останат в магазина?



Отговори на задачите за **2 клас**:

1	2	3	4	5	6	7	8	9
а)	в)	г)	б)	г) 9	в)	г) 7	б)	а)
по 3 т. за верен отговор			по 5 т. за верен отговор			по 7 т. за верен отговор		

Решение на задача 10.

а) $80 - 26 = 54$ кг тежат всички круши

$80 = 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10$, една шайга с ябълки тежи 10 кг

$54 = 9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9$, една шайга с круши тежи 9 кг

с 1 кг 1 шайга ябълки е по-тежка от 1 шайга с круши (**8 точки**);

б) $10 + 10 + 10 + 10 + 10 = 50$ кг ябълки продали или $8 - 5 = 3$ шайги ябълки са останали

$80 - 50 = 30$ кг ябълки са останали

$6 - 5 = 1$ шайга круши е останала

$9 + 9 + 9 + 9 + 9 = 45$ кг круши продали

$10 + 10 + 10 + 9 = 30 + 9 = 39$ кг

$54 - 45 = 9$ кг круши са останали

плодове са останали

$30 + 9 = 39$ кг плодове са останали

(7 точки).

Секция "Изток" – СМБ
КОЛЕДНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 08.12.2018 г.
тема за 3 клас

Времето за решаване на задачите е 120 минути.

Регламент: Всяка задача от 1 до 9 има само един правилен отговор. "Друг отговор" се приема за решение само при отбелязан правилен отговор. Задачите от 1 до 3 се оценяват с по 3 т., задачите от 4 до 6 се оценяват с по 5 т., задачите от 7 до 9 се оценяват с по 7 т. Задача 10 се решава подробно и се оценява с 15 т. Неверни решения и задачи без отговор се оценяват с 0 точки.

Организаторите Ви пожелават успех!

Име....., Училище....., Град

1. Пресметнете: $(18 - 18 : 3) + 18$

- A) 18 Б) 0 В) 30 Г) друг отговор

2. В 3^а клас на едно училище учат 27 ученици. Момичетата в класа са с три повече от момчетата. За първия учебен ден всяко момиче подарило по едно цвете на класната, половината от момчетата също ѝ подарили по едно цвете. Колко цвята е получила учителката?

- A) 19 Б) 17 В) 21 Г) друг отговор

3. Иван е на 3 години, а сестра му е на 12. След колко години сестрата ще е на два пъти повече години от брат си?

- A) 6 Б) 9 В) 8 Г) друг отговор

4. Учителката по математика поставила задачата да се намери разликата на две числа. Иван се разсеял и вместо да извади числата, той ги събрал. Всички получили верен отговор 812, само Иван получил 824. Намерете умалителят.

- A) 6 Б) 12 В) 24 Г) друг отговор

5. Стоян разрязал квадратен лист хартия на два правоъгълника, от които чрез долепване образувал нов правоъгълник (различен от квадрата). Обиколката на новополучения правоъгълник е равна на 60 см. Намерете обиколката на разрязания квадрат.

- A) 40 см Б) 60 см В) 80 см Г) друг отговор

6. Колко са всички квадрати на показаната фигурата, които не включват черното квадратче и са по-големи от него?

- A) 7 Б) 10 В) 9 Г) друг отговор



7. Мечо Пух обича мед. Той се договорил в горския магазин да получава безплатно едно пълнобурканче мед срещу върнати от него 5 празни. Всеки ден той яде по едно бурканче мед. Ако днес си купи 27 бурканчета мед и връща всеки пет празни за пълно, то за колко дни ще му стигнат те?

- A) 31 Б) 30 В) 32 Г) друг отговор

8. Данчо разполага с достатъчно количество клечки по 8 см и по 9 см. Колко най-малко клечки са му необходими, за да ги нареди по права линия с дължина 88 см? Клечките не се чупят, нито се застъпват.

- A) 9 Б) 10 В) 11 Г) друг отговор

9. Ели има еднакъв брой монети 10 ст. и 20 ст. Ако си купи закуска, плащайки само с монети от по 20 ст., ще ѝ останат три от тях. За да плати само с монети от по 10 ст. не ѝ достигат 5 монети? С колко монети разполага Ели?

- A) 11 Б) 10 В) 22 Г) друг отговор

10. На Коледа (25-ти декември) Иван и Мария получили всеки по една кутия с шоколадови бонбони. Кутиите съдържащи различен брой бонбони. През първия ден (когато ги получили) те изяли по 1 бонбон и всеки следващ ден изяждали по 1. На 1-ви януари, след като се почерпили от бонбоните, Иван забелязал, че Мария има много по-малко бонбони от него. Дал на Мария 6 от своите и се оказало, че двамата имат по равен брой бонбони. На 13-ти януари всеки свършил бонбоните си.

A) Колко бонбона общо са получили Иван и Мария?

Б) Колко бонбона е получил Иван?

В) На коя дата Мария е щяла да изяде последния си бонбон без да получава бонбони от Иван?

Отговори на задачите от теста: 3 клас

1 зад.	2 зад.	3 зад.	4 зад.	5 зад.	6 зад.	7 зад.	8 зад.	9 зад.
В)	В)	А)	А)	Г) 48 см	В)	Г)33	Б)	В)
по 3 т. за верен отговор			по 5 т. за верен отговор			по 7 т. за верен отговор		

Примерно решение на задача 10:

А)От 25-ти до 31-ви декември има 7 дни. (3 т.)

От 1-ви до 13-ти януари има 13 дни. (3 т.)

Всеки от тях е изял точно по $7+13=20$ бонбона. (2 т.)

Общо са получили $20+20=40$ бонбона. (2 т.)

Б) Иван е изял 20 бонбона и е дал 6 на Мария, получил е $20+6=26$ бонбона. (2 т.)

В)Последните 6 бонбона Мария е изяла от 8-ми до 13-ти януари.

Бонбоните, които са и подарили нейните родители са щели да ѝ стигнат до 7-ти януари. (3 т.)

Отговори на задачите от теста:3 клас

1 зад.	2 зад.	3 зад.	4 зад.	5 зад.	6 зад.	7 зад.	8 зад.	9 зад.
В)	В)	А)	А)	Г) 48 см	В)	Г)33	Б)	В)
по 3 т. за верен отговор			по 5 т. за верен отговор			по 7 т. за верен отговор		

Примерно решение на задача 10:

А)От 25-ти до 31-ви декември има 7 дни. (3 т.)

От 1-ви до 13-ти януари има 13 дни. (3 т.)

Всеки от тях е изял точно по $7+13=20$ бонбона. (2 т.)

Общо са получили $20+20=40$ бонбона. (2 т.)

Б) Иван е изял 20 бонбона и е дал 6 на Мария, получил е $20+6=26$ бонбона. (2 т.)

В)Последните 6 бонбона Мария е изяла от 8-ми до 13-ти януари.

Бонбоните, които са и подарили нейните родители са щели да ѝ стигнат до 7-ти януари. (3 т.)

Секция “Изток” – СМБ
КОЛЕДНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 8.12.2018г.
4 клас

Времето за решаване е 120 минути.

Регламент: Всяка задача от 1 до 9 има само един правилен отговор от четири възможни. “Друг отговор” се приема за решение само при отбелязан верен резултат. Задачите са разпределени на групи по трудност: от 1 до 3 се оценяват с по 3 точки; от 3 до 6 – с по 5 точки и от 7 до 9 – с по 7 точки. Задача 10 се решава и описва подробно. Оценява се с 15 точки. Максималният брой точки е 60. Неправилни решения и задачи без отговор се оценяват с 0 точки.

Организаторите Ви пожелават успех!

Име.....училище.....град.....

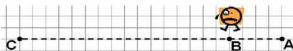
Задача 1. Иван подредил на оградата около къщата коледни лампи по следния начин: една синя, две жълти, три зелени, четири червени, една синя, две жълти, три зелени, четири червени и по този начин докрая. Какъв е цветът на 137-мата лампа?

А) червен Б) син В) зелен Г) друг отговор

Задача 2. Турист тръгнал от А за С. Стигнал до В.

Колко пъти разстоянието, което му остава е по-голямо от това, което е изминал?

А) 5 Б) 4 В) 16 Г) друг отговор

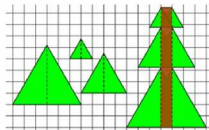


Задача 3. На елхата на IV^A клас има $(124.2-50)+2$ украшения, а на елхата на IV^B клас - половината от тези на елхата на IV^A клас. Колко играчки има на елхата на IV^B клас?

А) 124 Б) 200 В) 100 Г) друг отговор

Задача 4. Мими начертала три равностранни триъгълника. Разрязала ги по пунктираната отсечка. Получените части използвала при направата на модела на елхата. Колко сантиметра е обиколката на елхата, ако страната на най-малкия триъгълник е 4 см?

А) 72 см Б) 36 см В) 38 см Г) друг отговор



Задача 5. На колко е равно W от таблицата?

А) 10 Б) 20
В) 12 Г) друг отговор

a	2*a	2*a+2	20-(2*a+2)
4	8	10	W

Задача 6. Кола изминала 240 км за 4 часа. Колко километра е изминала за 2 часа и 30 мин?

А) 130 Б) 150 В) 120 Г) друг отговор

Задача 7. Тони хвърляла зарче 21 пъти. Числото 1 се е паднало 2 пъти, числото 2 се е паднало 3 пъти, числата 3, 4, 5 и 6 – по 4 пъти. Ако стените на зарчето с нечетен брой точки са оцветени в жълто, а с четен брой точки – с червено, колко пъти се е паднал жълт цвят?

А) 21 Б) 2 В) 10 Г) друг отговор

Задача 8. Колко е X, ако X е четно, третинката му е по-малка от 6 и е вярно, че $11 < X < 19$?

А) 13 Б) 18 В) 16 Г) друг отговор

Задача 9. $A = 2.3.3$, $B = 1 + 0.(\dot{5}.132 - 236) + 78.2 - 4.39$, $C = 52:4 - 33:3$. Намерете най-голямото от числата А, В, В. Си А, С

А) 36 Б) 68 В) 37 Г) друг отговор

Задача 10.

1) Намерете най-краткия път от А до В през лабиринта изчислете дължината му. Движението става по сивите линии. Страната на малкото квадратче е 3 см.

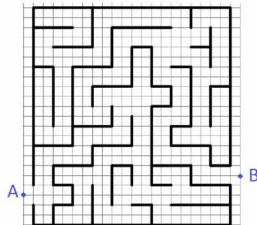
2) Определете броя на левите завой по най-краткия път.

3) Определете броя на десните завой по най-краткия път.

4) Ако на ляв завой взема 3 скъпоценни камъка, а на десен завой – 4 скъпоценни камъка, колко скъпоценни камъка ще има на изхода джуджето, което обикаля лабиринта по най-прекия път, ако в началото е имало 21 скъпоценни камъка?

Опишете решението и въведете отговорите в таблицата.

А)	Б)	В)	Г)



4 клас – отговори

1	2	3	4	5	6	7	8	9
А)	Б)	В)	Г) 76	А)	Б)	В)	Г) 12	А)
по 3 т. за верен отговор			по 5 т. за верен отговор			по 7 т. за верен отговор		

Зад. 10

- 1) 204- 5 точки
- 2) 10 - 3 точки
- 3) 10 - 3 точки
- 4) 91 - 4 точки

Секция “Изток” – СМБ
КОЛЕДНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 8.12.2018 г.
5 клас

Времето за решаване е 120 минути.

Регламент: Всяка задача от 1 до 9 има само един верен отговор. “Друг отговор” се приема за решение само при отбелязан верен резултат. Задачите от 1 до 3 се оценяват с по 3 точки, задачите от 4 до 6 се оценяват с по 5 точки, задачите от 7 до 9 се оценяват с по 7 точки. Задача 10 се решава подробно и се оценява с 15 точки.

Организаторите Ви пожелават успех!

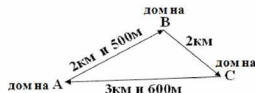
Име.....училище.....град.....

1 зад. В израза $\frac{35}{49} < \frac{3x}{7} < 1$, x е:

- а) 1 б) 2 в) 3 г) друг отговор

2 зад. За 15 минути Асен отива с велосипед до дома на Стефан като минава през дома на Веско. За колко минути Асен ще се върне в дома си, ако мине по друг път и се движи със същата скорост?

- а) 10 б) 9 в) 12 г) друг отговор



3 зад. Колко най-много еднакви букета, съдържащи рози, хризантеми и карамфили, могат да се направят от 150 рози, 90 хризантеми и 120 карамфили?

- а) 10 б) 20 в) 30 г) друг отговор

4 зад. Пет мишки за двадесет минути изяждат буца сирене. За колко минути четири мишки ще се справят с тази буца?

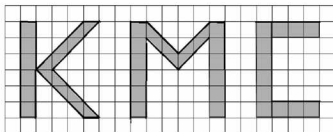
- а) 20 б) 25 в) 30 г) друг отговор

5 зад. В израза $\frac{x}{3} + \frac{4}{5} - \frac{7}{15} = 1$ числото x е равно на:

- а) 1 б) 2 в) 3 г) друг отговор

6 зад. Отношението на лицето на оцветената част към лицето на целия правоъгълник записано с обикновена дроб е:

- а) $\frac{5}{21}$ б) $\frac{7}{12}$ в) $\frac{5}{16}$ г) друг отговор



7 зад. Ако лицето на оцветените букви в зад. 6 е 90 кв.см, то дължината на страната на едно квадратче в милиметри е:

- а) 9 б) 12 в) 14 г) друг отговор

8 зад. Сравнете дробите: $A = \frac{2017}{2018}$ и $B = \frac{2018}{2019}$

- а) $A < B$ б) $A > B$ в) $A = B$ г) друг отговор

9 зад. На мястото на звездичките поставете цифри. Сборът от цифрите на десетиците и стотиците на частното при делението е:

- а) 10 б) 15 в) 12 г) друг отговор

$$\begin{array}{r} *2258* : 44 = 2*** \\ \underline{88} \\ *45 \\ \underline{***} \\ *** \\ \underline{***} \\ *** \\ \underline{***} \\ 0 \end{array}$$

10 зад. На Иванчо и Марийка са дадени правоъгълни листи хартия с размери – дължина 270 мм и широчина 210 мм със задача да ги разрежат на квадратчета със страна цяло число милиметри по-голямо от 1 мм. Иванчо трябва да получи възможно най-голям брой квадратчета, а Марийка възможно най-малък брой квадратчета, като използват целия лист. С какви размери и по колко квадратчета са получили двамата?

Отговори: 1-б); 2-в); 3-в); 4-б); 5-б); 6-а) 7-г) 15; 8-а); 9-б)

Решения:10 зад.

Иванчо

– Най-малък общ делител 2 – 1 точка

Брой редове по дължината $270 : 2 = 135$ – 2 точка

Брой редове по широчината $210 : 2 = 105$ – 2 точка

Най-голям брой квадратчета $135 \cdot 105 = 14175$ – 2 точка

Марийка

– Най-голям общ делител 30 – 2 точка

Брой редове по дължината $270 : 30 = 9$ – 2 точка

Брой редове по широчината $210 : 30 = 7$ – 2 точка

Най-малък брой квадратчета $9 \cdot 7 = 63$ – 2 точка

Секция "Изток" - СМБ
КОЛЕДНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 8.12.2018 г.
6 клас

Времето за решаване на задачите е 120 минути.

Регламент: Всяка задача от 1 до 9 има само един правилен отговор. "Друг отговор" се приема за решение само при отбелязан правилен резултат. Задачите от 1 до 3 се оценяват с по 3 точки, задачите от 4 до 6 се оценяват с по 5 точки, задачите от 7 до 9 се оценяват с по 7 точки. Задача 10 се решава подробно и се оценява с 15 точки. Неверни решения и задачи без отговор се оценяват с 0 точки.

Организаторите Ви пожелават успех!

Име....., Училище....., Град.....

Задача 1. Стойността на израза $1 + \left(1 - \frac{1}{2018}\right) : \frac{1}{2018}$ е:

- а) $\frac{2017}{2018}$ б) 2017 в) 2018 г) друг отговор

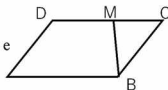
Задача 2. Ако $MP = 98$ cm и дължината на NP е $\frac{3}{7}$ от MP , то дължината



на отсечката MN в сантиметри е:

- а) 14 б) 56 в) 42 г) друг отговор

Задача 3. Върху страната CD на успоредника $ABCD$ е взета т. Мтакава, че CM е 40% от CD . Ако лицето на $\triangle BMC$ е 15 кв. см, то лицето на трапеца $ABMD$ в квадратни сантиметри е:



- а) 60 б) 45 в) 37,5 г) друг отговор

Задача 4. Стойността на x в израза $\left(4\frac{1}{9} - x\right) : \frac{14}{9} = 3\frac{4}{7} \cdot 0,2$ е:

- а) $\frac{10}{9}$ б) 3 в) $\frac{7}{9}$ г) друг отговор

Задача 5. Влак с дължина 150 m влиза в тунел дълъг 600 m със скорост 54 km/h. За колко секунди влакът ще премине през тунела?

- а) 60 б) 45 в) 75 г) друг отговор

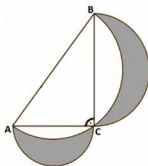
Задача 6. В едно училище момичетата са 58% от всички ученици. Разликата между броя на момичетата и броя на момчетата е 64. Броят на момчетата в училището е:

- а) 168 б) 232 в) 116 г) друг отговор

Задача 7. Като се раздели едно естествено число на 65 се получава някакво частно и остатък 6. Ако същото число се раздели на 22, частното се утроява, а остатък се намалява три пъти. Това естествено число е:

- а) 201 б) 264 в) 331 г) друг отговор

Задача 8. Триъгълник ABC е правоъгълен с катети $AC = 6$ cm, $BC = 8$ m и хипотенуза $AB = 10$ cm. С диаметри AC , BC и AB са построени полуокръжности така както е показано на фигурата. Сумата от лицата на двете оцветени фигури в cm^2 е:



- а) $\frac{25}{2} \pi$ б) $\frac{25}{2} \pi - 24$ в) 24 г) друг отговор

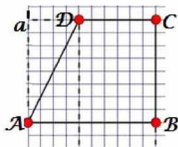
Задача 9. На коледен бал присъствали 65 шестокласници. Ако бяха дошли два пъти повече момичета и три пъти повече момчета от шести клас, то общият им брой щеше да е 168. Броят на участващите момичета в бала е:

- а) 25 б) 38 в) 42 г) друг отговор

Задача 10. Върху квадратната мрежа е начертан правоъгълен трапец $ABCD$. Трапецът е завъртян на 360° около права a – успоредна на BC и минаваща през върха A .

а) Намерете обема на полученото тяло, ако лицето на всяко квадратче в мрежата е $1 cm^2$.

б) Как се променя този обем, ако трапецът се завърти на 45° , 180° ?



Отговори 6 клас

Зад.	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Отг.	в)	б)	а)	б)	г)50	а)	г)266	в)	г)27

Решение на Задача 10.

а) Изразяване на обемите:		
на цилиндър с $r=10\text{cm}$, $h=8\text{cm}$: $V_1 = \pi \cdot r^2 \cdot h$	$V_1 = 2512\text{cm}^2$	1 т.
$\Rightarrow V_1 = \pi \cdot 10^2 \cdot 8 = 800\pi \text{ cm}^2$		
и конус с $r=4\text{cm}$, $h=8\text{cm}$: $V_2 = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$		1 т.
$\Rightarrow V_2 = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 4^2 \cdot 8 = \frac{128\pi}{3} \text{ cm}^2$	$V_2 = \frac{401,92}{3} \text{ cm}^2$	2 т.
Намиране на обема на полученото ротационно тяло: $V = V_1 - V_2$		2 т.
$V = 800\pi - \frac{128\pi}{3} = \frac{2400\pi - 128\pi}{3} = \frac{2272\pi}{3} \text{ cm}^2$	$V \approx 2378\text{cm}^2$	3 т.
б) Изразяване на обема на ротационното тяло получено при завъртане на 45°		
$V_3 = \frac{45^\circ}{360^\circ} \cdot V = \frac{1}{8} \cdot V$		2 т.
и при завъртане на 180°		
$V_4 = \frac{180^\circ}{360^\circ} \cdot V = \frac{1}{2} \cdot V$		2т.

При изписване на верен отговор (без описание на решението) – за всеки, на всяка подточка – по 2 т.

СМБ – Секция “Изток”
КОЛЕДНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 08.12.2018 г.
7 клас

Времето за решаване е 120 минути.

Регламент: Всяка задача от 1 до 16 има само един правилен отговор от четири възможни (отбелязани с а), б), в). За задачите от 17. до 22. трябва да бъдат записани само отговорите, а задачи 23. и 24. трябва да бъдат подробно решени. Задачите от 1 до 4 се оценяват с по 1 точка; задачи от 5 до 10 – с по 2 точки; задачи от 11 до 16 – с по 3 точки; задачи от 17 до 20 – с по 5 точки; задачи 21 и 22 – с по 8 точки и задачи 23 и 24 – с по 15 точки. Максималният брой точки е 100. Неправилни решения и задачи без отговор се оценяват с 0 точки.

Организаторите Ви поздравят успех!

Име..... училище..... град

1. В кой квадрант лежи точка A с координати (a, b) , ако $a < b$ и $ab < 0$?
а) I б) II в) III г) IV
2. Ако a и b са цели числа, за които е вярно $4 \leq |a| \leq 8$ и $|b| < 5$, то най-малката възможна стойност на $a + b$ е:
а) -12 б) -11 в) -8 г) 11
3. В правоъгълна координатна система през точката с координати $(-1; 3)$ е построена права, успоредна на абсцисната ос. Тази права ще пресече ординатната ос в точка с координати:
а) $(-1; 0)$ б) $(3; -1)$ в) $(3; 0)$ г) $(0; 3)$
4. В равнината са дадени точките A и B . Колко на брой са точките от тази равнина, които заедно с A и B са върхове на равнобедрен правоъгълен триъгълник?
а) 2 б) 4 в) 6 г) безброй много
5. Колко на брой са целите четни неотрицателни числа, които са по-малки от корена на уравнението $\left(x + \frac{2}{3}\right)^3 - x^2(x + 2) = 20\frac{8}{27}$?
а) 7 б) 8 в) 14 г) 15
6. Петко е на x години и е m пъти по-голям от дъщеря си Ния. След колко години общата възраст на Петко и Ния ще бъде 50 години?
а) $50 - x - \frac{x}{m}$ б) $\frac{1}{2}\left(50 - x - \frac{x}{m}\right)$ в) $2\left(50 - x - \frac{x}{m}\right)$ г) $\frac{1}{2}(50 - mx - x)$
7. Точката M е среда на отсечката $AB = 16,8$ см, а N е вътрешна точка за отсечката AB . Ако разстоянието между точките M и N е $3,6$ см, то дължината на AN е:
а) 4,8 см б) 13,2 см в) 12 см г) 4,8 см или 12 см
8. Частното от дължината на страната на правилен петоъгълник с обиколка 10 дм и обиколката на ромб със страна 5 см е:
а) 0,1 б) 0,5 в) 1 г) 10
9. За множествата A и B е известно, че $|A \cup B| = 47$, $|A| = 31$ и $|B| = 22$. Броят на елементите на сечението $A \cap B$ е равен на:
а) 2 б) 4 в) 6 г) 8

10. Куб е съставен от 27 малки бели кубчета. Премахваме ъгловите кубчета и оцветяваме повърхността на полученото тяло в червено. Колко на брой от малките кубчета имат оцветени в червено точно четири стени?

- а) 8 б) 10 в) 12 г) 16

11. Ако Симеон стои неподвижен на даден движещ се ескалатор, се изкачва с него за 2 минути. Ако тича нагоре по неподвижния ескалатор, се изкачва за една минута. За колко секунди Симеон ще се изкачи, тичайки по ескалатора, ако той се движи?

- а) 30 б) 40 в) 90 г) 180

12. Стойността на израза $\frac{2,5 \cdot 17,5^2 - 2,5^3}{3,7^2 + 7,4 \cdot 1,3 + 1,3^2}$ е:

- а) 3 б) 30 в) 1 г) 10

13. Многочленът $(x+2)^3 - 9x - 18$, разложен на множители, има вида:

- а) $(x+1)(x+2)(x+5)$ б) $(x-1)(x+2)(x+5)$
в) $(x+1)(x-2)(x-5)$ г) $(x-1)(x+2)(x-5)$

14. Монета и зар се хвърлят едновременно. Каква е вероятността да се падне тура и четно число?

- а) $\frac{1}{6}$ б) $\frac{2}{5}$ в) $\frac{1}{4}$ г) 1

15. Най-малката стойност на израза $A = x^2 - 4x$ е:

- а) -4 б) 4 в) -2 г) 2

16. Уравнението $3|1-2x| - |8x-4| = -7$ е еквивалентно на уравнението:

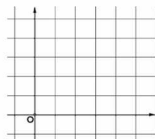
- а) $(x+3)(x+4) = 0$ б) $(x-4)(x+3) = 0$
в) $(2x-1)^2 = -49$ г) $(2x+1)^2 = 49$

17. Отношението на златото към среброто в две проби е съответно 9:1 в проба А и 3:2 в проба В. Какво ще е отношението в сплав, съдържаща равни количества от двете проби?

18. По кое число трябва да се умножи реципрочното число на корена на уравнението

$x^2 - 3\frac{1}{3}\left(6x + \frac{3(x-2)}{10}\right) = (x+3)^2 + x$, за да се получи най-малкото просто число?

19. В правоъгълна координатна система са дадени точките $A(0;0)$, $B(0;4)$ и $C(5;2)$. Точка P е от отсечката AC и е такава, че $AP : AC = 2 : 5$. Колко квадратни мерни единици е лицето на $\triangle ABP$?



20. От парче кашкавал с форма на куб с повърхнина 600 cm^2 трябва да се отрежат последователно три филийки с дебелина 1 см. Изрязването трябва да се извърши така, че останалото парче кашкавал да има възможно най-голям обем. Намерете този обем.

21. Бизнес

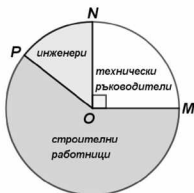
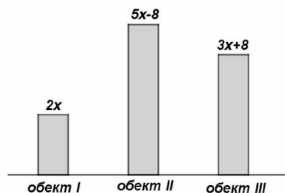
Баща дал на двамата си сина Камен и Петър по 10 000 лв да започнат собствен бизнес. Камен започнал търговски бизнес и печалбата му K (в хил. лв) в края на годината x се изчислява по формулата $K = (x+2)^2 - 4x + 6$. Петър започнал туристически бизнес и печалбата му P (в хил. лв) в края на годината x се изчислява по формулата $P = (x+2)(x+5) - x^2$.

- А) Колко хиляди лева ще е печалбата на Камен в края на петата година?
- Б) Колко хиляди лева ще е печалбата на Петър в края на четвъртата година?
- В) Колко хиляди лева ще е разликата между печалбите на двамата в края на седмата година?

22. Строителна фирма

През 2018 година строителна фирма работила на три обекта. Общият брой на работещите на трите обекта е 200. На правоъгълната диаграма е показано разпределението на работещите на трите обекта, а на кръговата диаграма – разпределението на работещите на обект I. Ако $\angle MON = 90^\circ$ и $\angle PON : \angle NOM = 3 : 5$, намерете:

- А) Колко са работещите на обект II?
- Б) Колко процента от работещите на обект I са строителни работници?
- В) Намерете средната заплата на работещите на обект I, ако строителните работници получават по 950лв, техническите ръководители – 1800лв, инженерите – 2500лв.



23. Две машинописки напечатали определен брой страници. За 1 час първата печатала по 10 страници, а втората - по 9 страници. Колко страници са напечатали двете машинописки, ако втората е започнала работата:

- а) 2 часа след първата и след приключването на работата се оказало, че напечатаните от нея страници са с 46% по-малко от тези на първата;
- б) k часа (k е естествено число) след първата и след приключване на работата се оказало, че напечатаните от нея страници са $\frac{2}{5}$ от тези на първата, а всички напечатани страници са по-малко от 200?

24. Аквариумът на Яна е с форма на правоъгълен паралелепипед с размери на основата 50 cm и 44 cm. Аквариумът побира 79,200 литра вода. Яна пълни аквариума с цилиндрична кофа с диаметър 20 cm и височина 28 cm. Намерете:

- а) Височината на аквариума.
- б) Колко кофи с вода трябва да излее Яна, за да се напълни целият аквариум?
- в) Колко сантиметра достига нивото на водата в аквариума, ако Яна е изляла 2 пълни кофи вода?
- г) Колко квадратни метра стъкло е употребено за направа на аквариума?

Решения и ответы:

Зад. №	отг.	отг.	отг.	отг.
1	а	б	в	г
2	а	б	в	г
3	а	б	в	г
4	а	б	в	г

Брой верни отговори х 1 точка = точки

Зад. №	отг.	отг.	отг.	отг.
5	а	б	в	г
6	а	б	в	г
7	а	б	в	г
8	а	б	в	г
9	а	б	в	г
10	а	б	в	г

Брой верни отговори х 2 точки = точки

Зад. №	отг.	отг.	отг.	отг.
11	а	б	в	г
12	а	б	в	г
13	а	б	в	г
14	а	б	в	г
15	а	б	в	г
16	а	б	в	г

Брой верни отговори х 3 точки = точки

Зад. №	Резултат	точки
17	3 : 1	
18	– 0,5	
19	4	
20	729 cm ³	

Брой верни отговори х 5 точки = точки

Зад. №	Резултат	точки
21 а	35	3
21 б	38	2
21 в	0	3
22 а	92	2
22 б	60	3
22 в	1 395 лв	3

Зад. №	Резултат	точки
23		15
24		15

Предложените решения са примерни. Всяко друго правдоподобно решение се оценява според етапите – общо с 15 точки.

23.	а) Изразяване на времената $t_1 = x$ и $t_2 = x - 2$ и изразяване на свършената работа $A_1 = 10x$ и $A_2 = 9(x - 2)$.	2т.
	Съставяне на и решаване на уравнението $9(x - 2) = 54\% \cdot 10x$; $x = 5$.	2т.
	Определяне на напечатаните общо страници – 77.	1т.
	б) Изразяване на времената $t_1 = x$ и $t_2 = x - k$ ($0 < k < x$) и изразяване на свършената работа $A_1 = 10x$ и $A_2 = 9(x - k)$.	2т.
	Съставяне на и решаване на уравнението $9(x - k) = \frac{2}{5} \cdot 10x$; $x = \frac{9}{5}k$.	2т.
24.	Определяне на напечатаните общо страници – $10 \cdot \frac{9}{5}k + 9 \cdot \frac{4}{5}k = \frac{126}{5}k$.	2т.
	Тъй като броят на страниците е по-малък от 200, то k е число кратно на 5.	2т.
	Ако $k = 5$, то броят на страниците е 126, а ако $k = 10$ този брой е 252.	2т.
	Тоест k не може да е по-голямо от 10.	2т.
	Следователно броят на страниците е 126.	2т.
24.	а) Превръщане на литрите в кубични см (или см в dm) 79200 cm^3 . Намиране на височината $50 \cdot 44 \cdot h = 79200$, $h = 36 \text{ cm}$.	1т. 2т.
	б) Намиране на радиуса на дъното на кофата 10 cm. Намиране на обема на 1 кофа 8800 cm^3 (8792, ако $\pi=3,14$).	1т. 2т.
	Намиране броя на кофите, с които ще се напълни аквариума $79200 : 8800 = 9$ кофи.	2т.
	в) Намиране на обема на 2 пълни кофи и съответно извод, че това е водата в аквариума $2 \cdot 8800 = 17600 \text{ cm}^3$ Намиране на височината на водата $50 \cdot 44 \cdot h = 17600$, $h = 8 \text{ cm}$	1т. 2т.
	г) Съобразяване, че стъклото ще е необходимо само за стените и дъното и намиране на околната повърхнина на аквариума $(50 \cdot 36 + 44 \cdot 36) \cdot 2 = 6788 \text{ cm}^2$ и лицето на основата 2200 cm^2 . Общо $8968 \text{ cm}^2 = 0,8968 \text{ m}^2$.	3 1т.

СМБ – Секция “Изток”
КОЛЕДНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 08.12.2018 г.
8 клас

Времето за решаване е 120 минути.

Регламент: Всяка задача от 1 до 9 има само един правилен отговор от четири възможни. “Друг отговор” се приема за решение само при отбелязан правилен резултат. Задачите са разпределени на групи по трудност: от 1 до 3 се оценяват с по 3 точки; от 4 до 6 – с по 5 точки и от 7 до 9 – с по 7 точки. Задача 10 се решава и описва подробно. Оценява се с 15 точки. Максималният брой точки е 60. Неправилни решения и задачи без отговор се оценяват с 0 точки.

Организаторите Ви пожелават успех!

Име.....училище.....град.....

1 зад. Стойността на израза $(x + 1)^2 - (x - 2)(x + 2) - 2x$ при $x = 2018$ е:

- а) 5 б) 4 в) 0 г) друг отговор.

2 зад. Разполагаме с 8 различни цвята ленти. По колко различни начина могат да бъдат ушити двучветни панделки?

- а) 18 б) 28 в) 56 г) друг отговор.

3 зад. Даден е правоъгълен триъгълник с хипотенуза 16 см и остър ъгъл 15° . Разстоянието от върха на правия ъгъл до средната отсечка на триъгълника, е:

- а) 6 см б) 4 см в) 2 см г) друг отговор.

4 зад. Ако 20% от x е 17, то колко % от $\frac{x}{2}$ е 17?

- а) 10% б) 37% в) 40% г) друг отговор.

5 зад. Даден е успоредник $ABCD$ със страни $AB = 6$ см, $BC = 4$ см. Точката M върху страната CD е такава, че $DM = AD$. Ако $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ и $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$, векторът \overrightarrow{BM} е равен на:

- а) $\vec{b} - \frac{1}{3}\vec{a}$ б) $\vec{b} + \frac{1}{3}\vec{a}$ в) $2\vec{b} - \vec{a}$ г) друг отговор.

6 зад. Медианите AA_1 , BB_1 и CC_1 на триъгълник ABC се пресичат в точка M . Ако $AA_1 + BB_1 + CC_1 = 36$ см и $MA_1 : MB_1 : MC_1 = 5 : 4 : 3$, то намерете дължините на отсечките MA , MB и MC в сантиметри.

- а) 15, 12, 9 б) 12, 10, 8 в) 5, 4, 3 г) друг отговор.

7 зад. За $\triangle ABC$ е известно, че $\sphericalangle A$ е 25% от $\sphericalangle B$, а $\sphericalangle C$ е $33\frac{1}{3}\%$ от $\sphericalangle A$. Мярката на $\sphericalangle C$ е:

- а) $33^\circ 45'$ б) 45° в) $11^\circ 15'$ г) друг отговор.

8 зад. Нека x , y и z са реални числа, такива че $x + y + z = 3$. Ако $A = x^2 + y^2 + 2xy + 12z$, то:

- а) $A = 0$ б) $A > 0$ в) $A \leq 0$ г) друг отговор.

9 зад. Точките P и Q лежат на отсечката AB и P е между A и Q . Ако $AP : AB = 1 : 12$ и $AQ : BP = 1 : 2$, то $AP : QP$ равно на:

- а) 1 : 5 б) 2 : 9 в) 2 : 7 г) друг отговор.

10 зад. Едно трицифрено число \overline{abc} се нарича растящо, ако $a < b < c$. Всички растящи трицифрени числа са подредени в редица по големина: 123, ..., 789. На кое място в редицата се намира числото 579?

Отговори:

1 зад.	2 зад.	3 зад.	4 зад.	5 зад.	6 зад.	7 зад.	8 зад.	9 зад.
а	б	в	в	а	г-10,8,6	б	г $A \geq 0$	б

10 зад. Отг.: 79

За определяне на растящите трицифрени числа с първа цифра 1 и

втора цифра 2 – 7 на брой

втора цифра 3 – 6 на брой

втора цифра 4 – 5 на брой

втора цифра 5 – 4 на брой

втора цифра 6 – 3 на брой

втора цифра 7 – 2 на брой

втора цифра 8 – 1 на брой

$$7+6+5+4+3+2+1 = 28 \text{ числа} - 3\text{г.}$$

За определяне на растящите трицифрени числа с първа цифра 2

$$6+5+4+3+2+1 = 21 \text{ числа} - 3\text{г.}$$

За определяне на растящите трицифрени числа с първа цифра 3

$$5+4+3+2+1 = 15 \text{ числа} - 3\text{г.}$$

За определяне на растящите трицифрени числа с първа цифра 4

$$4+3+2+1 = 10 \text{ числа} - 3\text{г.}$$

За определяне на растящите трицифрени числа с първа цифра 5

$$3+2 = 5 \text{ числа} - 2\text{г.}$$

$$28+21+15+10+5 = 79 \text{ място} - 1\text{г.}$$

9 клас

Организаторите Ви пожелават успех?

Зад 1. Единият от корените на квадратното уравнение $x^2 - 3x + a = 0$ е равен на 1, Стойността на параметъра a е равна на:

- Зад 2.** Сборът на два от ъглите на трапец вписан в окръжност е 144° . Най-големият ъгъл на трапеца е:

- Зад 3.** Графиката на функцията $f(x) = y = 4e^x$:

- а) успоредна на абсцисната ос
в) ъглополовяща на I и III квадрант
- б) успоредна на ординатната ос
г) ъглополовяща на II и IV квадрант

От цифрите 0, 1, 2 и 3 са съставени всички трицифрени числа с различни цифри

а) 12 б) 24 в) 27 г) друг отговор

а) $\frac{1}{3}$ б) $\frac{1}{2}$ в) $\frac{2}{3}$ г) друг отговор.

Зад 6. Сборът на две ненулеви числа е равен на тяхното произведение. Ако едното число е два пъти по-голямо от другото, то произведението на двете числа е:

- а) 1,5 б) 4,5 в) 9 г) друг отговор

Зад 7. Нека x_1, x_2 са корени на уравнението $x^2 - 5x - 1 = 0$. Стойността на израза $A = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ е

равна на:

- а) $\frac{5-\sqrt{29}}{5+\sqrt{29}}$ б) $2\sqrt{26}$ в) 5 г) другой ответ

Зад 8. В $\triangle ABC$ е изпълнено $\sphericalangle ACB = \sphericalangle ABC + \sphericalangle BAC$. Окръжност с диаметър AC пресича AB в точка M така, че $BC = 2CM$ и $AM = 5$ cm. Страната AB е равна на:

- a) 20 cm б) 15 cm в) 10 cm г) друг отговор

Зад 9. Дадени са окръжностите $k_1(O_1; R_1 = 5 \text{ cm})$ и $k_2(O_2; R_2 = 3 \text{ cm})$. Дължината на O_1O_2 е число, произволно избрано от множеството $\{0 \text{ cm}, 1 \text{ cm}, 2 \text{ cm}, 3 \text{ cm}, 5 \text{ cm}, 6 \text{ cm}, 8 \text{ cm}, 10 \text{ cm}, 12 \text{ cm}, 15 \text{ cm}\}$. Вероятността двете окръжности да се допират е равна на:

- a) 5 % б) 10 % в) 20 % г) друг отговор

Зад 10. Дадени са функциите $f(x) = x$ и $g(x) = -x^2 + 3x + p$.

- а) В една и съща правоъгълна координатна система постройте графиките на функциите и определете координатите на пресечните им точки, ако $p = 0$

- б) Определете броя на пресечните точки на двете графики в зависимост от стойностите на реалното число p .

Отговори: 1 Б; 2 В; 3 А; 4 Г 18; 5 А; 6 Б; 7 Г (-5); 8 А; 9 В

Зад 10.

а) общо **7 точки**

Построяване на графиката на $f(x)$ **2 точки**

Построяване на графиката на $g(x)$ **3 точки**

Определяне на координатите на пресечните точки с уравнение **2 точки** (по една за всяка)

Определяне на координатите директно от чертежа (без аргументация) **1 точка** (по 0,5 за всяка)

б) общо **8 точки**

броят на пресечните точки съответства на броя на корените на уравнението $f(x) = g(x)$ **1 точка**

$$x = -x^2 + 3x + p$$

$$x^2 - 2x - p = 0$$

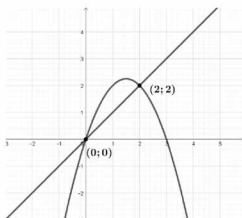
$$D = 4 + 4p$$

1 точка

$D > 0 \Leftrightarrow p > -1$ две решения \Leftrightarrow две пресечни точки **2 точки**

$D = 0 \Leftrightarrow p = -1$ едно решение \Leftrightarrow една пресечна точка **2 точки**

$D < 0 \Leftrightarrow p < -1$ няма решения \Leftrightarrow няма пресечни точки **2 точки**



Секция “Изток” – СМЕ
КОЛЕДНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 08.12.2018 г.
10 клас

Времето за решаване е 120 минути.

Регламент: Всяка задача от 1 до 9 има само един верен отговор. “Друг отговор” се приема за решение само при отбелязан верен резултат. Задачите от 1 до 3 се оценяват с по 3 точки, задачите от 4 до 6 се оценяват с по 5 точки, задачите от 7 до 9 се оценяват с по 7 точки. Задача 10 се решава подробно и се оценява с 15 точки.

Организаторите Ви пожелават успех!

Име.....училище.....град.....

Зад 1. Страните на триъгълник се отнасят както 3:6:5. Най-голямата страна на подобен на него триъгълник е 3,6 cm. Другите му две страни са:

- а) 1,8 cm; 3 cm б) 3 cm; 3 cm в) 3,6 cm; 3 cm г) друг отговор

Зад 2. В кой от интервалите функцията $f(x) = -x^2 + 4x + 2$ е растяща

- а) (3; 5) б) (-3; 2) в) (5; 7) г) (1; 3)

Зад 3. Катетите на правоъгълен триъгълник са 2 cm и 3 cm. Синусът на най-малкия ъгъл на триъгълника е:

- а) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ б) $\frac{2}{3}$ в) $\frac{2}{\sqrt{13}}$ г) друг отговор.

Зад 4. Решенията на уравнението $(9 - x^2)\sqrt{x-1} = 0$ са:

- а) 1 и -3 б) 1 и 3 в) -3 и 3 г) друг отговор

Зад 5. Кое от посочените числа **НЕ** е решение на неравенството $x^2 - 2x - 3 \geq 0$?

- а) $-\sqrt{2}$ б) -1 в) $\sqrt{2}$ г) 3

Зад 6. Основите на правоъгълен трапец са 20 и 25, а височината му е 12. Дължината на наклоненото бедро е:

- а) 7 б) 10 в) 17 г) друг отговор

Зад 7. Дадена е функцията $f(x) = x^2 - x - 2$. Функцията $g(x)$, чиято графика се получава от графиката на $f(x)$ при изместване с 3 мерни единици вертикално нагоре е:

- а) $x^2 - x + 1$ б) $3x^2 - 3x - 6$ в) $x^2 - x - 3$ г) друг отговор

Зад 8. Дефиниционното множество на функцията $f(x) = \sqrt{x^2 - 3x + 4} - \frac{x}{\sqrt{3-x}}$ е:

- а) $(-\infty; 3)$ б) $(-\infty; 1] \cup [3; +\infty)$ в) $(-\infty; 3) \cup [4; +\infty)$ г) друг отговор

Зад 9. Вписаната в ромба $ABCD$ окръжност се допира до страната AB в точка P . Ако радиусът на окръжността е $r = 12$ mm и $AP = 16$ mm, то периметърът на ромба е:

- а) 5 cm б) 6,7 cm в) 7,6 cm г) друг отговор

Зад 10. Даден е изразът $\frac{(x+3)(2x-1)}{5(x-x^2)}$.

А) За кои стойности на x изразът няма смисъл?

Б) За кои стойности на x изразът приема стойност 0?

В) За кои стойности на x изразът приема отрицателни стойности?

Г) Да се пресметне числената стойност на дробта, ако x е корен на уравнението $\sqrt{y+5} + 1 = y$?

Отговори 10 клас: 1 А; 2 Б; 3 В; 4 Б; 5 В; 6 Г (13); 7 А); 8 А; 9 Г (10 см или 100 mm);

Решение зад 10.

а) $x=0$ и $x=1$

2 точки

б) $(x+3)(2x-1)=0$; $x=-3$ и $x=\frac{1}{2}$

2 точки

в) $\frac{(x+3)(2x-1)}{5x(1-x)} < 0 \quad x \in (-\infty; -3) \cup (\frac{1}{2}; 0) \cup (1; +\infty)$

5 точки

г) $\sqrt{y+5} = y-1$

$$y+5 = y^2 - 2y + 1$$

$$y^2 - 3y - 4 = 0$$

$$y_1 = 4 \quad y_2 = -1$$

Проверката или ДС показва, че -1 не е корен $\Rightarrow y=4$ е решение

4 точки

$$A = \frac{(x+3)(2x-1)}{5(x-x^2)} = \frac{(4+3)(2 \cdot 4 - 1)}{5(4-16)} = -\frac{49}{60}$$

2 точки

СМБ – Секция “Изток”
КОЛЕДНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 08.12.2018 г.
11 клас и 12 клас

Времето за решаване е 120 минути.
Организаторите Ви пожелават успех !

Име.....училище.....град.....

ПЪРВА ЧАСТ

Всяка задача има само един верен отговор. „Друг отговор” се приема за решение само, ако е отбелязан верен резултат. Задачите се оценяват с по 2 точки.

1. Ако x_1 и x_2 са корени на уравнението $x^2 - 5x - 1 = 0$, то стойността на израза $A = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ е равна на:
а) $\frac{5 - \sqrt{29}}{5 + \sqrt{29}}$ б) $2\sqrt{29}$ в) 5 г) друг отговор
2. Сборът на две ненулеви числа е равен на тяхното произведение. Ако едното число е два пъти по-голямо от другото, то произведението на двете числа е:
а) 1,5 б) 4,5 в) 9 г) друг отговор
3. Дадена е петчленна аритметична прогресия $\div 2$; a ; b ; c ; 14. Сборът $a + b + c$ е равен на:
а) 8 б) 16 в) 24 г) друг отговор
4. Числата $\sqrt{2}$, 2^{x+2} и $2\sqrt{2}$ в този ред са последователни членове на геометрична прогресия. Стойността на x е равна на:
а) -1 б) -0,5 в) 0,5 г) друг отговор
5. В кутия има 5 бели и 3 сини топки. Броят на начините, по които случайно можем да извадим 3 бели и 2 сини топки е равен на:
а) $C_5^3 \cdot C_3^2$ б) $V_5^3 V_3^2$ в) $C_5^3 \cdot C_3^2$ г) друг отговор
6. В $\triangle ABC$ е изпълнено $\angle ACB = \angle ABC + \angle BAC$. Окръжност с диаметър AC пресича AB в точка M така, че $BC = 2CM$ и $AM = 5$ cm. Страната AB е равна на:
а) 20 cm б) 15 cm в) 10 cm г) друг отговор
7. Ако $\lg 5 = k$, то стойността на $\lg 20$ е равна на:
а) $4k$ б) $4 + k$ в) $2 - k$ г) друг отговор
8. Основите на правоъгълен трапец са 20 cm и 25 cm, а по-малкият му диагонал е $4\sqrt{34}$. По-голямото бедро на трапеца е равно на:
а) 7 cm б) 10 cm в) 12 cm г) друг отговор
9. Дадени са окръжностите $k_1 (O_1, R_1 = 5 \text{ cm})$ и $k_2 (O_2, R_2 = 3 \text{ cm})$. Дължината на O_1O_2 е число, произволно избрано от множеството $\{0 \text{ cm}, 1 \text{ cm}, 2 \text{ cm}, 3 \text{ cm}, 5 \text{ cm}, 6 \text{ cm}, 8 \text{ cm}, 10 \text{ cm}, 12 \text{ cm}, 15 \text{ cm}\}$. Вероятността двете окръжности да се допират е равна на:
а) 5 % б) 10 % в) 20 % г) друг отговор
10. Стойностите на реалното число k , за което уравнението $(x-2)(x^2 - 4x - k) = 0$ има единствен реален корен, независимо от кратността му, са:
а) $k = -4$ б) $k \leq -4$ в) $k < -4$ г) друг отговор

ВТОРА ЧАСТ

Следващите две задачи са със свободен отговор, който трябва да се запише. Задачите се оценяват с по 5 точки.

11. Вписаната в ромба $ABCD$ окръжност се допира до страната AB в точка P . Ако радиусът на окръжността е $r = 12$ и $AP = 16$, то периметърът на ромба е равен на:

Отговор

12. Ако единият от корените на квадратното уравнение $x^2 - 8x + a = 0$ е три пъти по-голям от другия, то стойността на параметъра a е равна на:

Отговор

ТРЕТА ЧАСТ

На следващите две задачи трябва да се напише подробно решението. Задачите се оценяват с по 10 точки.

13. Дадено е уравнението $\left(\frac{x^2+1}{x}\right)^2 - 3\left(\frac{x^2+1}{x}\right) + p = 0$, където p е реален параметър.

а) Решете уравнението при $p = 2$.

б) Намерете всички стойности на реалния параметър p , за които уравнението има точно три различни реални корени.

14. Равностранен $\triangle ABC$ със страна 6 cm е вписан в окръжност. Точка M е от малката дъга BC така, че $MB = 2\sqrt{3}$ cm. Докажете, че в четириъгълник $ABMC$ може да се впише окръжност и намерете нейния радиус.

Първа част

1	2	3	4	5
$\Gamma(-5)$	Б	В	А	В
6	7	8	9	10
А	В	$\Gamma - 13 \text{ cm}$	В	Б

Втора част

11. 100

12. 12

Трета част

13 зад.

Оценяване: а) 4 точки

Полагане $t = \frac{x^2+1}{x}$ и получаване на $t^2 - 3t + 2 = 0$ 1 точка

Получаване на корените 1 и 2 1 точка

$\frac{x^2+1}{x} = 1$ няма корени 1 точка

$\frac{x^2+1}{x} = 2$ има един двоен корен $x = 1$ 1 точка

б) 6 точки

Разглеждаме полагането $t = \frac{x^2+1}{x} \Leftrightarrow x^2 - tx + 1 = 0$ (1). За всяко t уравнението има 0, 1 или 2 различни реални корена. 1 точка

За да има началното уравнение точно три реални и различни корена, то t_1 и t_2 трябва да са такива, че за единия от тях да има единствен корен за x , а за другия – два корена. 2 точки

От дискриминанта на (1) $D = t^2 - 4$ уравнението има единствен корен при $t = \pm 2$ и два корена при $t \in (-\infty; -2) \cup (2; \infty)$ 1 точка

1. Случай $t_1 = 2$ от $t^2 - 3t + p = 0$ получаваме $p = 2$, а от подточка а) уравнението има единствен корен 1 точка

2. Случай $t_1 = -2$ от $t^2 - 3t + p = 0$ получаваме $p = -10$ и $t_2 = 5 > 2$, което удовлетворява условието. 1 точка

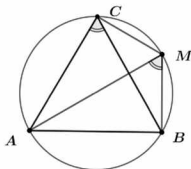
14 зад. Разглеждаме $\triangle ABC \square \triangle AMB = \square \triangle ACB = 60^\circ$ като вписани.

От косинусова теорема $AB^2 = AM^2 + BM^2 - 2AM \cdot BM \cdot \cos 60^\circ$

$36 = AM^2 + 12 - 2AM \cdot 2\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow AM = 4\sqrt{3} \text{ cm}$. Тъй като

радиусът на описаната окръжност $R = \frac{a\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3}$, то AM е диаметър. Триъгълниците ABM и ACM са еднакви правоъгълни $AB = AC$ и $MB = CB \Rightarrow AB + CM = AC + BM \Rightarrow ABMC$ е вписан.

$S_{ABMC} = 2S_{ABM} = 2 \cdot \frac{AB \cdot BM}{2} = 12\sqrt{3} \text{ cm}^2$.



$$P_{ABMC} = AB + BM = 6 + 2\sqrt{3} \text{ cm}, \quad r = \frac{S}{p} = \frac{12\sqrt{3}}{6 + 2\sqrt{3}} = 3\sqrt{3} - 3$$

Оценяване:

Намиране на ъглите на AM	<u>3 точки</u>
Доказване, че ABM и ACM са еднакви правоъгълни	<u>2 точки</u>
Доказване, че четириъгълникът е вписан	<u>2 точки</u>
Намиране на радиуса	<u>3 точки</u>

Забележка: Доказването, че AM е диаметър и еднаквостта на триъгълниците може да стане и чрез синусова теорема.

Всеки друг вариант за решение може да се оценява по избран от проверяващите начин.