

# MIMO 声呐目标检测性能分析

王福钊, 潘悦, 王永刚

(水声对抗技术重点实验室, 中国船舶工业集团公司船舶系统工程部, 北京 100036)

**摘要:** 重点研究 MIMO 声呐的目标检测性能, 为 MIMO 声呐布阵方式和工作模式等的选择提供理论依据。通过理论分析给出了 MIMO 声呐接收机工作特性(ROC)曲线的表达式, 分别包括并列式和分布式 MIMO 声呐, 同时给出了相控阵、SIMO 和 MISO 等形式声呐的 ROC 表达式。通过示例比较了相同情况下并列式 MIMO 声呐、分布式 MIMO 声呐、相控阵声呐和常规多基地声呐的 ROC 曲线。结果表明, 相同条件下相控阵声呐波束指向方向上的目标检测概率高于并列式 MIMO 声呐, 做脉冲积累的并列式 MIMO 声呐可以得到与相控阵声呐相同的检测性能, 低信噪比时并列式 MIMO 声呐和相控阵声呐的目标检测概率高于分布式 MIMO 声呐, 高信噪比时分布式 MIMO 声呐可以得到较高的检测概率, 采用多个发射阵元的分布式 MIMO 声呐性能优于使用一个发射阵元的常规多基地声呐。

**关键词:** 多输入多输出; 接收机工作特性; 多基地声呐

**中图分类号:** TB566

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1672-7649(2012)03-0102-05 **doi:**10.3404/j.issn.1672-7649.2012.03.023

## Analysis of MIMO sonar target detection performance

WANG Fu-po, PAN Yue, WANG Yong-gang

(Science and Technology on Underwater Acoustic Antagonizing Laboratory,  
Systems Engineering Research Institute of CSSC, Beijing 100036, China)

**Abstract:** Target detection performances of MIMO sonar are studied in this paper. They are one of the theoretic foundations of elements placement and work pattern. Receiver Expressions of Receiver Operating Characteristics(ROC) curves are given through theoretical analysis. Including collocated MIMO sonar and distributed MIMO sonar. Expressions of ROC curves such as phase array sonar, SIMO sonar and MISO sonar are also given. ROC curve comparisons of collocated MIMO sonar, distributed MIMO sonar, phase array sonar and multi-base sonar are given in the same condition. Results indicate that target detection performance of phase array sonar in the beam direction is better than collocated MIMO sonar. Collocated MIMO sonar with pulse accumulation can get the same performance as the phase array sonar. Performances of collocated MIMO sonar and phase array sonar are better than distributed MIMO sonar in low SNR condition. In high SNR condition, distributed MIMO sonar can get a better performance. Performance of distributed MIMO sonar with multiple transmitting notes is better than multi-base sonar with only one transmitting note.

**Key words:** multiple-input multiple-output(MIMO); ROC; multi-base sonar

## 0 引言

多输入多输出(MIMO)声呐的概念来源于 MIMO 通信, 指的是具有多个发射阵元和多个接收阵元的声

呐系统。MIMO 声呐由于其可以探测安静型目标等一系列优异特性成为当前研究的热点<sup>[1-7]</sup>。MIMO 声呐在军事、民用等领域具有广泛的应用前景, 为未来声呐技术的发展提供了新的思路。水声理论的发展、

收稿日期: 2011-05-25

作者简介: 王福钊(1981-), 男, 博士, 研究方向为水声信号处理。

同步技术、通信技术和集成电路等技术的进步为 MIMO 声呐的实现提供了保障。当前国内外对 MIMO 声呐的研究尚处于起步阶段,基础理论还很不完善,许多关键技术亟待解决。

声呐系统的性能分析和比较对选择声呐工作方式,确定声呐形式及参数等具有重要的指导意义。目标检测概率是衡量声呐系统优劣的重要指标,本文通过理论分析分别给出了并列式和分布式 MIMO 声呐目标检测概率接收机工作特性(ROC)曲线的计算公式,同时比较了几种形式的声呐系统在不同信噪比下的目标检测性能。

## 1 MIMO 声呐的 ROC 曲线

MIMO 声呐按照发射阵元和接收阵元的布放情况可以分为并列式和分布式。并列式 MIMO 声呐的特点是所有发射阵元与接收阵元相互靠近,可以形成发射阵与接收阵,声波照射到目标的角度大致相同,可以近似认为目标对所有的照射声波具有相同的反射系数,因此可以利用信号相关性来提高性能;分布式 MIMO 声呐的特点是各发射阵元和接收阵元相互远离,声波照射到目标的角度差别较大,不同的照射角度得到的目标反射系数不同,所有照射到目标上的声波都得到较小的反射系数的概率非常低,因此可以利用空间分集来提高性能。分布式 MIMO 声呐是多基地主动声呐的一种形式,通常情况下多基地声呐具有 1 个发射阵元和多个接收阵元,而分布式 MIMO 声呐具有多个同时工作的发射阵元。

声呐系统探测的目标通常具有一定的形状和体积,因此目标的反射系数随声波入射角、反射角及目标运动状态的变化而变化。文献[8]通过实验验证了目标反射能量随照射角度变化而变化的特性。文献[9]给出了目标反射系数与声波入射角、反射角及目标状态的关系。为分析方便,本文中使用的目标反射系数是 1 个零均值单位方差循环对称平稳的复高斯随机变量,在 1 次脉冲照射时间内保持不变,多次脉冲照射得到的目标反射系数相互独立同分布。

### 1.1 并列式 MIMO 声呐的 ROC 曲线

传统的 SIMO 声呐,并列式 MIMO 声呐和相控阵声呐声波通过的路径大致相同,因此具有相同的传播损失和目标反射系数,可以利用信号的相关性进行相干检测来提高检测概率。假定声波传播过程中无衰减,接收阵元处的噪声为相互独立同分布零均值循环对称平稳的加性复高斯噪声,即  $n \sim CN(0, \sigma_n^2 \mathbf{I})$ ,  $\sigma_n^2$

表示噪声方差。假定 MIMO 声呐采用的信号集为归一化正交信号集,采用 Neyman-Pearson 准则进行目标检测,这里给出并列式 MIMO 声呐的接收机工作特性曲线。

单次脉冲照射情况下并列式 MIMO 声呐目标存在时的似然函数可以表示为

$$f_{co}(Y | H_1) = \int f(Y | H_1, \beta_{co}) f(\beta_{co}) d\beta_{co}, \quad (1)$$

其中:  $\beta_{co}$  为 1 个变量而非 1 个矢量,表示相关情况下的目标反射系数;  $Y$  为接收到的信号矢量。可以推得:

$$f_{co}(Y | H_1) = c' \exp \left\{ -\frac{\int \|Y\|^2 dt}{\sigma_n^2} + \frac{1}{\sigma_n^2} \left( \frac{|z|^2}{\sigma_n^2 + M_t M_r} \right) \right\}, \quad (2)$$

其中:  $c'$  为常数项,是 1 个正实数;  $z = \sum_{i=1}^{M_t} \sum_{j=1}^{M_r} x_{i,j}$ ,  $x_{i,j} = \int y_j(t) s_i^*(t - \tau_{i,j}) dt$ ,  $s_i(t)$  为第  $i$  个发射阵元发出的信号,  $\tau_{i,j}$  为第  $i$  个阵元发出的信号经目标反射后到达第  $j$  个接收阵元的时延;  $Y = [y_1(t), \dots, y_{M_r}(t)]^T$ ,  $y_j(t)$  为第  $j$  个接收阵元收到的信号,  $M_t$  为发射阵元个数,  $M_r$  为接收阵元个数。得到当目标不存在时似然函数为

$$f_{co}(Y | H_0) = c'' \exp \left\{ -\frac{\int \|Y\|^2 dt}{\sigma_n^2} \right\}. \quad (3)$$

采用 Neyman-Pearson 准则时判决依据为

$$\frac{f_{co}(Y | H_1)}{f_{co}(Y | H_0)} = \frac{c'}{c''} \exp \left\{ \frac{1}{\sigma_n^2} \left( \frac{|z|^2}{\sigma_n^2 + M_t M_r} \right) \right\} \underset{H_0}{\overset{H_1}{\geq}} \lambda_{fa}. \quad (4)$$

式中:  $\sigma_n^2$  为常数,因此判决准则可以变为

$$|z|^2 \underset{H_0}{\overset{H_1}{\geq}} \delta_{fa}. \quad (5)$$

发射波形相互正交,接收阵元处的噪声相互独立,易知  $x_{i,j}$  为相互独立同分布的复高斯变量。写成矢量形式  $x = [x_{1,1}, x_{1,2}, \dots, x_{2,1}, x_{2,2}, \dots, x_{M_t, M_r}]^T$ , 则

$$x = \begin{cases} n & H_0; \\ \beta_{co} + n & H_1. \end{cases} \quad (6)$$

其中:  $n \sim CN(0, \sigma_n^2 \mathbf{I})$ ;  $\beta_{co}$  为 1 个零均值单位方差的随机变量,对于所有  $x_{i,j}$  均相同。因此  $|z|^2$  服从 2 个自由度的  $\chi^2$  分布,即

$$|z|^2 \sim \begin{cases} \frac{M_t M_r \sigma_n^2}{2} \chi_2^2, & H_0; \\ \frac{(M_t M_r)^2 + M_t M_r \sigma_n^2}{2} \chi_2^2, & H_1. \end{cases} \quad (7)$$

通过式(7)容易得到并列式 MIMO 声呐 ROC 曲线的表达式为

$$P_D = 1 - F_2 \left[ \frac{\sigma_n^2}{M_t M_r + \sigma_n^2} F_2^{-1}(1 - P_{fa}) \right]. \quad (8)$$

假定目标反射系数  $\beta_{co}$  在一次脉冲照射时间内保持不变,多次脉冲照射时相互独立同分布。容易推得  $N$  次脉冲积累时 MIMO 声呐 ROC 曲线的表达式为:

$$P_D = 1 - F_2 \left[ \frac{\sigma_n^2}{NM_t M_r + \sigma_n^2} F_2^{-1}(1 - P_{fa}) \right]. \quad (9)$$

## 1.2 分布式 MIMO 声呐的 ROC 曲线

前文已经推导了并列式 MIMO 声呐的检测性能,本节给出分布式 MIMO 声呐的接收机工作特性曲线并与并列式 MIMO 声呐进行比较。分布式 MIMO 声呐与并列式 MIMO 声呐的主要区别就是分布式 MIMO 声呐各阵元之间距离较远,可以认为所有路径上的目标反射系数均不同,为 1 个随机变量。由文献[10]可知分布式情况下复杂目标反射系数  $\beta$  是 1 个零均值单位方差循环对称平稳的复高斯随机矢量,将  $\beta$  另写为矢量形式为:

$$\beta = [\beta_{1,1}, \beta_{1,2}, \dots, \beta_{2,1}, \beta_{2,2}, \dots, \beta_{M_t, M_r}]^T,$$

即  $\beta$  的概率密度可以表示为  $\beta \sim CN(0, I)$ 。其中,  $\beta_{i,j}$  表示第  $i$  个阵元发出的信号经目标反射后到达第  $j$  个接收阵元的目标反射系数。不失一般性,假定接收阵元处的噪声为相互独立同分布零均值循环对称平稳的加性复高斯噪声,即  $n \sim CN(0, \sigma_n^2 I)$ 。假定各发射阵元发出的信号满足正交条件,且为归一化信号集。采用似然比检测。令

$$Y = [y_1(t), \dots, y_{M_r}(t)]^T,$$

$$S = [s_1(t), \dots, s_{M_t}(t)]^T.$$

当目标存在时接收信号  $Y$  的似然函数为

$$f(Y|H_1) = \int f(Y|H_1, \beta) f(\beta) d\beta. \quad (10)$$

将  $n$  和  $\beta$  的概率密度函数带入,可推得

$$f(Y|H_1) = c' \exp \left\{ - \frac{\|Y\|^2}{\sigma_n^2} + \frac{\|x\|^2}{\sigma_n^2(1 + \sigma_n^2)} \right\}, \quad (11)$$

其中:  $c'$  是常数项,为 1 个正实数;  $x$  的计算方式与并列式 MIMO 声呐中的  $x$  相同。容易推得当目标不存在时接收信号  $Y$  的似然函数为

$$f(Y|H_0) = c'' \exp \left\{ - \int \|Y\|^2 dt / \sigma_n^2 \right\}, \quad (12)$$

其中:  $c''$  是常数项,为 1 个正实数。采用纽曼-皮尔逊准则时目标判决依据为

$$\frac{f(Y|H_1)}{f(Y|H_0)} = \frac{c'}{c''} \exp \left\{ \frac{\|x\|^2}{\sigma_n^2(1 + \sigma_n^2)} \right\} \stackrel{H_1}{\underset{H_0}{\geq}} \lambda_{fa}. \quad (13)$$

式中:  $\sigma_n^2$  为常数,因此判决准则可以变为

$$\|x\|^2 \stackrel{H_1}{\underset{H_0}{\geq}} \delta_{fa}. \quad (14)$$

高斯随机变量通过线性变换以后仍为高斯变量,而发射信号  $S$  为归一化正交信号集。易推得  $x$  服从复高斯分布,即

$$x = \begin{cases} n & H_0; \\ \beta + n & H_1. \end{cases} \quad (15)$$

其中:  $n \sim CN(0, \sigma_n^2 I)$ ;  $\beta \sim CN(0, I)$ 。因此  $\|x\|^2$  服从  $\chi^2$  分布,即

$$\|x\|^2 \sim \begin{cases} \frac{\sigma_n^2}{2} \chi_{2M_t M_r}^2, & H_0; \\ \frac{1 + \sigma_n^2}{2} \chi_{2M_t M_r}^2, & H_1. \end{cases} \quad (16)$$

其中:  $\chi_{2M_t M_r}^2$  表示有  $2M_t M_r$  个自由度的  $\chi^2$  分布。通过式(16)和给定的虚警概率即可得到检测门限  $\delta_{fa}$  和该种情况下目标的检测概率。

通过式(16)容易求得分布式 MIMO 声呐接收机工作特性曲线的表达式为

$$P_D = 1 - F_{2M_t M_r} \left( \frac{\sigma_n^2}{1 + \sigma_n^2} F_2^{-1}(1 - P_{fa}) \right). \quad (17)$$

其中,  $F_n$  为  $n$  个自由度  $\chi^2$  分布变量的分布函数。

## 1.3 其他形式声呐的 ROC 曲线

与上述推导方式类似,容易求得相同假设条件下其他形式声呐 ROC 曲线的表达式。这里直接给出相控阵声呐的 ROC 曲线。相控阵声呐在波束指向上的 ROC 曲线可以表示为

$$P_D = 1 - F_2 \left[ \frac{\sigma_n^2}{M_t^2 M_r + \sigma_n^2} F_2^{-1}(1 - P_{fa}) \right]. \quad (18)$$

阵元相互靠近情况下, SIMO 和 MISO 声呐的 ROC 曲线可以直接通过将式(8)中的发射阵元个数  $M_t$  或接收阵元个数  $M_r$  置为 1 得到。通常认为,常规多基地声呐只有 1 个发射阵元,因此其 ROC 曲线可以通过将式(17)中的  $M_t$  置为 1 得到。

## 2 目标检测特性比较

比较式(8)与式(18),显然相控阵声呐的目标检测概率高于并列式 MIMO 声呐,这是由于相控阵声呐可以形成发射波束,在指向方向上得到更高的发射功率,因此能得到更高的目标检测概率。并列式 MIMO 声呐为得到与相控阵声呐相同的检测概率通常采用

脉冲积累的方式。由式(9)可知,当脉冲累积次数  $N = M_t$  时,并列式 MIMO 声呐即可得到与相控阵声呐指向方向相同的检测概率。这里称采用脉冲积累方式的 MIMO 声呐为累积 MIMO 声呐。

图 1 比较了相同虚警概率情况下相控阵声呐、MIMO 声呐和累积 MIMO 声呐的检测概率随信噪比变化的曲线。其中累积 MIMO 声呐的脉冲累积次数为  $M_t$ 。仿真中使用的相控阵声呐和 MIMO 声呐具有相同的阵配置,其中虚警概率为 0.01,发射阵元个数为 4,接收阵元个数为 16。图中使用的纵坐标为概率坐标。

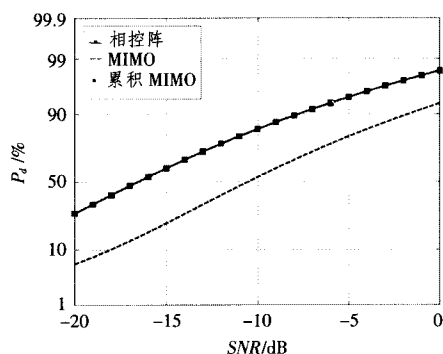


图 1 并列式 MIMO 声呐与相控阵声呐检测概率随 SNR 变化的曲线比较

Fig. 1 ROC curves comparison between colocated MIMO sonar and phase array sonar

由图 1 可以看出,相同情况下在相控阵声呐波束指向上发射正交波形的 MIMO 声呐的检测概率小于相控阵声呐,这是由于相控阵声呐可以在目标方位形成波束,照射到目标上的能量是 MIMO 声呐的  $M_t$  倍;当 MIMO 声呐脉冲累积次数等于发射阵元个数时目标检测概率与相控阵声呐相同。

通过式(8)与式(17)的比较可以看出,分布式与并列式 MIMO 声呐的似然比检测器的区别,即分布式和并列式 MIMO 声呐都是先将接收阵元收到的信号送入匹配滤波器组得到 1 个长度为  $M_r M_t$  的输出矢量,分布式 MIMO 声呐直接对该矢量取模,通过模的值来判断目标是否存在;并列式 MIMO 声呐先将该矢量各元素求和,然后通过和的模判断目标是否存在。即分布式 MIMO 声呐采用的是非相干检测,而并列式 MIMO 声呐采用相干检测。这是由 2 种情况下目标反射系数的假设条件决定的。分布式 MIMO 声呐认为所有路径上的反射系数都不同,为 1 个相互独立同分布的随机矢量,因此无法进行相干检测。而并列式

MIMO 声呐认为所有路径上具有相同的反射系数,该反射系数为 1 个随机变量,因此各路径具有相位上的一致性,故可以使用相干检测。由上述推导也可以看出,理想信道下相干检测与非相干检测并不局限于布阵形式,只要满足反射系数相同的条件则适用于相干检测;若各条路径反射系数为相互独立同分布的高斯矢量,则适用非相干检测。

为比较方便,图 2 绘出了分布式 MIMO 声呐、并列式 MIMO 声呐、相控阵声呐、单发射阵元的多基地主动声呐在虚警概率为 0.01 情况下检测概率随信噪比变化的曲线,图中纵坐标采用概率坐标。其中发射阵元个数为 4,接收阵元个数为 16, MIMO 声呐采用正交信号集。由图中的比较可以看出,在信噪比较低时相控阵声呐和并列式 MIMO 声呐可以得到较高的目标检测概率;随信噪比的增加,分布式 MIMO 声呐的检测概率上升得较快;在信噪比较高时分布式 MIMO 声呐可以得到最高的检测概率。这里并列式 MIMO 声呐由于没有做脉冲积累,因此其检测性能始终不如相控阵声呐。

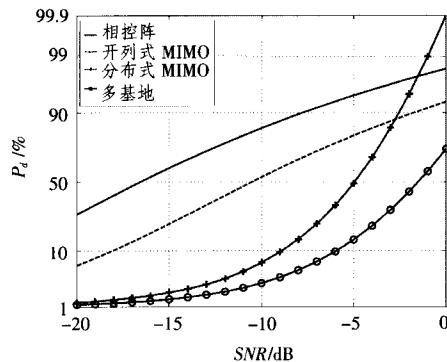


图 2 并列式 MIMO 声呐与分布式 MIMO 声呐检测概率随 SNR 变化的曲线比较

Fig. 2 ROC curves comparison between colocated MIMO sonar and distributed MIMO sonar

这也可以从物理上得到解释。由于采用 Neyman-Pearson 准则,因此只有在接收端经过处理后达到一定的信噪比门限时才可以检测到目标。低信噪比情况下,相控阵声呐和并列式 MIMO 声呐可以利用相关增益来提高输出信噪比,因此可以得到较高的检测概率。分布式 MIMO 声呐可以得到更多的照射机会,因此高信噪比条件下可以得到较高的检测概率。

### 3 结 语

本文通过理论分析分别推导了并列式和分布式

MIMO 声呐接收机工作特性曲线的计算公式,同时介绍了相控阵声呐、SIMO 和 MISO 声呐 ROC 曲线的计算方法,根据 ROC 计算公式给出了几种形式的声呐系统在相同情况下检测概率随信噪比变化的曲线比较。结果表明,相控阵声呐波束指向方向的目标检测概率优于并列式 MIMO 声呐;做脉冲积累的并列式 MIMO 声呐可以得到与相控阵声呐相同的目标检测性能;分布式 MIMO 声呐在低信噪比情况下检测性能不如并列式 MIMO 声呐,随信噪比的增加目标检测概率增加较快,高信噪比时优于并列式 MIMO 声呐与相控阵声呐;相同接收阵元情况下使用单个发射阵元的多基地声呐检测概率不如分布式 MIMO 声呐。

#### 参考文献:

- [1] xvan VOSSEN R, et al. Acquisition concepts for mimo sonar [A]. Underwater Acoustic Measurements: Technologies & Results, 2009.
- [2] PAIHAS Y, et al. Broadband MIMO sonar system: a theoretical and experimental approach [A]. Underwater Acoustic Measurements: Technologies & Results, 2009.
- [3] BEKKERMAN I, TABRIKIAN J. Target detection and localization using MIMO radars and sonars [J]. Signal Processing, IEEE Transactions on, 2006, 54 (10): 3873 - 3883.
- [4] WENHUA L, et al. Cognitive MIMO sonar based robust target detection for harbor and maritime surveillance applications [A]. IEEE Aerospace Conference 2009, 2009.
- [5] 李宇,等. MIMO 探测声呐研究 [A]. 中国声学学会 2007 年青年学术会议论文集 (下) [C], 2007.
- [6] JIANGUO H, et al. Performance analysis of DOA estimation for MIMO sonar based on experiments [A]. 15th Workshop on Statistical Signal Processing, IEEE/SP, 2009.
- [7] LI Y, HUANG H, LI S, et al. LPI performance analysis of MIMO sonar detection [A]. UDT2008.
- [8] MOZZONE L, Bongi S, et al. Diversity in multistatic active sonar [A]. OCEANS '99 MTS/IEEE. Riding the Crest into the 21 st Century.
- [9] GRIMMETT D. Multi-sensor placement to exploit complementary properties of diverse sonar waveforms [A]. 9th International Conference on Information Fusion, 2006.
- [10] FISHLER E, et al. Spatial diversity in radars-models and detection performance [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2006, 54 (3): 823-838.

#### (上接第 90 页)

辐射噪声水平指向性的方法,方法思路新颖、简单实用,工程可行性强,能全面准确地获得潜艇辐射噪声在单频和频带内的水平指向性。

#### 参考文献:

- [1] 王之程,陈宗歧,于泓,刘文帅. 舰船噪声测量与分析 [M]. 北京:国防工业出版社,2004.  
WANG Zhi-cheng, CHEN Zong-qi, YU Feng, LIU Wen-shuai. Warship noise measuring and analyzing [M]. Beijing: National Defence Industry Press, 2004.
- [2] R. J. 尤立克. 水声原理 [M]. 洪申,译. 哈尔滨:哈尔滨工程大学出版社,1990.  
R. J. Jurick. Acoustic principles [M]. HONG Shen Translation. Harbin: Harbin Engineering University Press, 1990.
- [3] 惠俊英. 水下声信道 [M]. 北京:国防工业出版社,1988.  
HUI Jun-ying. Underwater acoustic channel [M]. Beijing: National Defence Industry Press, 1988.
- [4] 叶平贤,龚沈光. 舰船物理场 [M]. 北京:兵器工业出版社,1992.  
YE Ping-xian, GONG Shen-guang. Ship physical fields [M]. Beijing: Ordance Industry Press, 1992.
- [5] 孟春霞,杨士莪,李桂娟. 船舶辐射噪声远场空间指向性 [J]. 哈尔滨工业大学学报, 2010, (5): 824-826.  
MENG Chun-xia, YANG Shi-e, LI Gui-juan. Ship radiated noise far-field spatial directivity [J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2010, (5): 824-826.
- [6] 何正耀,马远良. 水声共形阵辐射指向性计算方法及其实验验证 [J]. 声学学报, 2007, (3): 270-274.  
HE Zheng-yao, MA Yuan-liang. Conformal array of underwater acoustic radiation directivity method of calculation and experimental verification [J]. Acta Acustica, 2007, (3): 270-274.
- [7] 杨鹏,周胜,范秉成,胡伟文. 水中目标辐射噪声模拟技术研究 [J]. 电声技术, 2008, 32 (8): 37-40.  
YANG Peng, ZHOU Sheng, FAN Bing-cheng, HU Wei-wen. Study on real-time simulation of underwater target radiating noise [J]. Audio Engineering, 2008, 32 (8): 37-40.
- [8] 高守勇. 潜艇辐射噪声测量研究 [D]. 哈尔滨:哈尔滨工程大学, 2006.  
GAO Shou-yong. The research on measurement of submarine radiated noise, master's degree thesis [D]. Harbin: Harbin Engineering University, 2006.