حل الإمتحانات التجريبية

الثانوية العامة

الجبر و الهندسة الفراغية

الصف الثالث الثانوى

اعداد

أشرف هنداوى

0100 20 90 286

أولا : الجبر

1 فى مفكوك $(2س^2 + \frac{1}{س^2})^{ن}$ حسب قوى س التنازلية

إذا كان $ح_4$ هو الحد الخالى من س ، فإن معامل $س^3$ يساوى.....

(أ) ٤٩٥

(ب) ١٩٨

(جـ) ٧٩٢

(د) $\frac{495}{16}$

الحل

$(2س^2 + \frac{1}{س^2})^{3ن}$

∵ $ح_9$ = الخالى ∴ $8 = \frac{2 \times 3ن}{3}$

∴ $8 = 2ن$ ← $ن = 4$

* ∴ المفكوك $(2س^2 + \frac{1}{س^2})^{12}$

∵ $ح_{ر+1} = {}^{12}ق_ر \times (\frac{1}{س^2})^ر \times (2س^2)^{12-ر}$

لـ $س^3$ = $س^{24-2ر-ر}$

البسط بإشارة المقام بإشارة مخالفة

∴ $24 - 3ر = 3$ ← $3ر = 21$ ، $ر = 7$

∴ معامل $س^3$ = ${}^{12}ق_7 \times (\frac{1}{2})^7 \times 2^5$ = 198

خلى بالك

فى مفكوك $(س^أ + \frac{1}{س^ب})^{ن}$ ∴ الخالى $ر = \frac{أ \times ن}{أ + ب}$

∴ الحد الخالى = $ح_{ر+1}$

٢ في مفكوك $س^{٣}(١+س)^{٧}$ معامل الحد الذي يحتوي على $س^{٤}$ هو .....

(أ) $^{٧}ق_{٧}$

(ب) $^{٧}ق_{١}$

(جـ) $^{٧}ق_{٤}$

(د) $^{٧}ق_{٢}$

الحل

$س^{٣}(١+س)^{٧}$

$ح_{ر+١} = س^{٣} \times {}^{٧}ق_{ر} \times س^{ر} \times ١$

$= {}^{٧}ق_{ر} \times س^{٣+ر}$

$\therefore س^{٤} = س^{٣+ر} \leftarrow ر = ١$

$\therefore$ المعامل $^{٧}ق_{١}$

٣ في مفكوك $س^{ن}(\frac{١}{س}-٢)^{ن}$ حسب قوى س التصاعدية إذا كان $ح_{٥} = ٢٠١٦ س^{٤}$ فإن النسبة بين معامل الحد الثالث ومعامل الحد الرابع = ...

(أ) ٣ : ٧

(ب) -٣ : ١٤

(جـ) -١ : ١٤

(د) -٣ : ٧

الحل

المفكوك $[س(\frac{١}{س}-٢)]^{ن}$

$[١-٢س]^{ن}$

$\therefore ح_{٥} = {}^{ن}ق_{٤} \times (-٢س)^{٤} = ٢٠١٦ س^{٤}$

${}^{ن}ق_{٤} \times ١٦ \cancel{س^{٤}} = ٢٠١٦ \cancel{س^{٤}}$

${}^{ن}ق_{٤} = \frac{٢٠١٦}{١٦} = ١٢٦ = {}^{٩}ق_{٤} \leftarrow ن = ٩$

$(١-٢س)^{٩} \leftarrow \frac{ح_{٣}}{ح_{٤}} = \frac{٣}{٩-٣+١} \times \frac{١}{-٢} = \frac{-٣}{١٤}$

٤ إذا كان $ع_١ = ٨ (جتا\pi + ت جا\pi)$ ، $ع_٢ = ٤ هـ^{\frac{٣\pi}{٢}ت}$ فإن $\frac{ع_١}{ع_٢} = ...$

(أ) $٢ + ٢ت$

(ب) $٢ت$

✓ (جـ) $-٢ت$

(د) $٢ - ٢ت$

الحل

$ع_١ = ٨ (جتا ١٨٠ + ت جا ١٨٠)$

$ع_٢ = ٤ (جتا ٢٧٠ + ت جا ٢٧٠)$

$\frac{ع_١}{ع_٢} = ٢ (جتا -٩٠ + ت جا -٩٠) = -٢ت$

٥ إذا كان $ع_١ = هـ^{\frac{\pi}{٣} - \frac{\pi}{٣}ت}$ ، $ع_٢ = هـ^{\frac{\pi}{٢} - \frac{\pi}{٢}ت}$ ، حيث $ت^٢ = -١$

فإن : $ع_١ ع_٢ = ...$

(أ) $هـ^{\frac{-\pi}{٢}ت}$

✓ (ب) $-هـ^{\frac{\pi}{٢}ت}$

(جـ) $-هـ^{\frac{\pi}{٢}ت}$

(د) $هـ^{\frac{\pi}{٢}ت}$

الحل

$ع_١ = هـ^{\frac{\pi}{٣}} \times هـ^{-\frac{\pi}{٣}ت}$

$ع_١ = هـ^{\frac{\pi}{٣}} (جتا -٦٠ + ت جا -٦٠)$

$ع_٢ = هـ^{\frac{\pi}{٦}} \times هـ^{-\frac{\pi}{٦}ت}$

$ع_٢ = هـ^{\frac{\pi}{٦}} (جتا -٣٠ + ت جا -٣٠)$

$\therefore ع_١ \times ع_٢ = هـ^{\frac{\pi}{٢}} \times (جتا -٩٠ + ت جا -٩٠)$

$= هـ^{\frac{\pi}{٢}} \times -ت$

$= -هـ^{\frac{\pi}{٢}} ت$

مع تمنياتى بالرقى والنجاح

أشرف هنداوى

٦

٩) إذا كان $ع_١ = ٢ هـ^{\frac{\pi}{٢} ت}$ ، $ع_٢ = ٢ هـ^{-\frac{\pi}{٢} ت}$

وكان $ع = ع_١ + ع_٢ + ع_١ ع_٢$ فإن $ع =$ ..... حيث $ت^٢ = -١$

(أ) $٢\sqrt{٣} + ١$

(ب) $٢\sqrt{٣}$

(جـ) $٢(\sqrt{٣} + ٢)$ ✓

(د) $\sqrt{٣} + ٢$

الحل

$ع_١ = ٢ (جتا ٣٠ + ت جا ٣٠)$

$= \sqrt{٣} + ت$

$ع_٢ = ٢ (جتا -٣٠ + ت جا -٣٠)$

$= \sqrt{٣} - ت$

$\therefore ع = ع_١ + ع_٢ + ع_١ \times ع_٢$

$ع = \sqrt{٣} + ت + \sqrt{٣} - ت + (\sqrt{٣} - ت)(\sqrt{٣} + ت)$

$ع = ٢\sqrt{٣} + ٤$

٧

إذا كانت ١ ، ω ، $\omega^٢$ هى الجذور التكعيبية للواحد الصحيح

وكان $أ = ٢\omega - ٣\omega^٢$ ، $ب = ٣ + ٥\omega^٢$

فإن قيمة المقدار $(أ + ب)^ن =$ ..... حيث $ن \in ع$

(أ) ٥ω

(ب) صفر

(جـ) ١ ✓

(د) $٢\omega^٢$

الحل

$أ = ٢\omega - ٣\omega^٢$

$ب = ٣ + ٥\omega^٢$

$أ + ب = ٣ + ٢\omega + ٢\omega^٢ = ٣ - ٢$

$أ + ب = ١$

$\therefore (أ + ب)^ن = ١^ن = \boxed{١}$

٨ إذا كان ع عدد مركب فإن مجموع جذور المعادلة:

$$\begin{vmatrix} ع+١ & ١ & ٢ \\ ع & ع & ٣ \\ صفر & صفر & ع \end{vmatrix} = ٨$$ يساوى.....

(أ) ٢

(ب) -٢

✓ (جـ) صفر

(د) ٨

الحل

حل آخر
النتيجة مباشرة

بطرح $ع_١ - ع_٢$

$$\begin{vmatrix} ع & ١ & ٢ \\ ٠ & ع & ٣ \\ ٠ & ٠ & ع \end{vmatrix} = ٨$$

∴ $ع^٣ = ٨$ ، $ع = (٢)(جتا ٠ + ت جا ٠)$

∴ مجموع الجذور = $٢ + ٢جتا ٠ + ٢جتا ٢\pi$ = صفر

٩ اذا كان

$$\begin{vmatrix} س & ص & ع+٢ \\ س & ص+٢ & ع \\ س+٢ & ص & ع \end{vmatrix} = -٤$$

أوجد قيمة $س + ص + ع = ...$

حل

$ع_١ + ع_٢ + ع_٣$ واقع $س + ص + ع + ٢$ مشتركة

$$(س + ص + ع + ٢) \begin{vmatrix} ١ & ص & ع+٢ \\ ١ & ص+٢ & ع \\ ١ & ص & ع \end{vmatrix} = -٤$$

$ص_٢ - ص_١$

$ص_٣ - ص_١$

$$(س + ص + ع + ٢) \begin{vmatrix} ١ & ص & ع+٢ \\ ٠ & ٢ & -٢ \\ ٠ & ٠ & -٢ \end{vmatrix} = -٤$$

$(س + ص + ع + ٢) \times -٤ = -٤$

$س + ص + ع + ٢ = ١$ ، $س + ص + ع = (-١)$

١٠ إذا كانت أ هى مصفوفة المعاملات لنظام المعادلات:

س + ك ص + ع = ١ ، ٢س − ص − ك ع = ٢ ، ٣س + ٢ص − ٢ع = ٣

وكانت ر(أ) = ٢ فإن : ك = ... حيث ك ≤ صفر

(أ) ٢
(ب) −١
✓ (جـ) ٣
(د) صفر

الحل

∵ ر(أ) = ٢ < الرتبة ∴ |أ| = ٠

$$أ = \begin{vmatrix} ١ & ك & ١ \\ ٢ & -١ & -ك \\ ٣ & ٢ & -٢ \end{vmatrix} = ٠$$

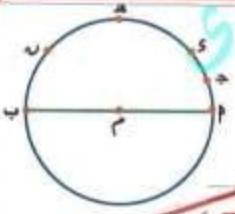
١(٢ + ٢ك) − ك(−٤ + ٣ك) + ١(٤ + ٣) = ٠

٢ + ٢ك + ٤ك − ٣ك² + ٧ = ٠

−٣ك² + ٦ك + ٩ = ٠

ك² − ٢ك − ٣ = ٠ ك = ٣ ك = −١

١١ $\overline{أب}$ قطر فى دائرة مركزها م . وكانت النقاط جـ ، ء ، هـ ، و تقع على الدائرة ، فإن عدد المثلثات المختلفة التى يمكن تكوينها من النقاط أ ، ب ، جـ ، ء ، هـ ، و ، م يساوى .....



(أ) ٢٠٤
(ب) ٣٥
(جـ) ٢١٠
✓ (د) ٣٤

الحل

عدد المثلثات المارة بـ ٧ نقاط ليست على استقامة واحدة = ^{٧}ق$_{٣}$ = ٣٥

النقاط أ ، م ، ب تقع على استقامة واحدة لا يمر بها أي مثلث

عدد المثلثات = ^{٧}ق$_{٣}$ − ١ = ٣٤

١٠ إذا كانت أ هى مصفوفة المعاملات لنظام المعادلات:

س + ك ص + ع = ١ ، ٢س − ص − ك ع = ٢ ، ٣س + ٢ص − ٢ع = ٣

وكانت ر(أ) = ٢ فإن : ك = ... حيث ك ≤ صفر

(أ) ٢
(ب) −١
✓ (جـ) ٣
(د) صفر

الحل

∵ ر(أ) = ٢ < الرتبة ∴ |أ| = ٠

$$أ = \begin{vmatrix} ١ & ك & ١ \\ ٢ & -١ & -ك \\ ٣ & ٢ & -٢ \end{vmatrix} = ٠$$

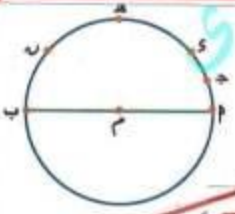
١(٢ + ٢ك) − ك(−٤ + ٣ك) + ١(٤ + ٣) = ٠

٢ + ٢ك + ٤ك − ٣ك² + ٧ = ٠

−٣ك² + ٦ك + ٩ = ٠

ك² − ٢ك − ٣ = ٠ ك = ٣ ك = −١

١١ $\overline{أب}$ قطر فى دائرة مركزها م . وكانت النقاط جـ ، ء ، هـ ، و تقع على الدائرة ، فإن عدد المثلثات المختلفة التى يمكن تكوينها من النقاط أ ، ب ، جـ ، ء ، هـ ، و ، م يساوى .....



(أ) ٢٠٤
(ب) ٣٥
(جـ) ٢١٠
✓ (د) ٣٤

الحل

عدد المثلثات المارة بـ ٧ نقاط ليست على استقامة واحدة = ^{٧}ق$_{٣}$ = ٣٥

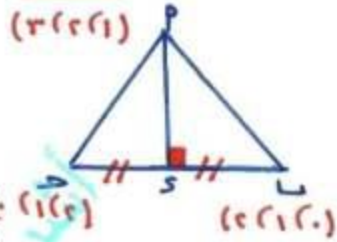
النقاط أ ، م ، ب تقع على استقامة واحدة لا يمر بها أي مثلث

عدد المثلثات = ^{٧}ق$_{٣}$ − ١ = ٣٤

* أ ب جـ فيه أ = (١، ٢، ٣) ، ب (٠، ١، ٢) ، جـ = (٢، ١، ٠) فإن طول المتوسط المرسوم من أ يساوي

$\sqrt{5}$ ، $2\sqrt{5}$ ، ٥ ، ١٠

الحل



∵ د منتصف $\overline{ب جـ}$

∴ د = $\frac{ب + جـ}{٢}$ = $(\frac{٢}{٢}، \frac{٢}{٢}، \frac{٢}{٢})$

د = (١، ١، ١)

أ = (١، ٢، ٣)

∴ أد = $\sqrt{٠ + ١^٢ + ٢^٢}$ = $\sqrt{5}$

* إذا كان $\overrightarrow{أ}$ = (−١، ٥، −٢) ، $\overrightarrow{ب}$ = (٣، ١، ١)

وكان $\overrightarrow{أ} + \overrightarrow{ب} + \overrightarrow{جـ} = \overrightarrow{س}$

∴ ‖$\overrightarrow{جـ}$‖ = ... ٣ ، ٥ ، ٦ ، $\sqrt{38}$

الحل

∵ (٢، ٦، −١) + $\overrightarrow{جـ}$ = (١، ٠، ٠)

$\overrightarrow{جـ}$ = (١، ٠، ٠) − (٢، ٦، −١)

$\overrightarrow{جـ}$ = (−١، −٦، ١)

‖$\overrightarrow{جـ}$‖ = $\sqrt{١ + ٣٦ + ١}$ = $\sqrt{38}$

٤ أ ب جـ مثلث رؤوسه أ(٤ ، ٠ ، ٠) ، ب(٠ ، ك ، ٠) ، جـ(٠ ، ٠ ، ٢)
فإذا كانت مساحة سطح المثلث أ ب جـ = ٦ وحدات مربعة فإن ك = ... حيث ك ∈ ح

✓ (أ) ± ٢
(ب) ± ٤
(جـ) −٢
(د) ٤

الحل

∵ م△ = ½ ‖ $\overrightarrow{أب}$ × $\overrightarrow{أجـ}$ ‖

∵ $\overrightarrow{أب}$ = ب − أ = (−٤ ، ك ، ٠)

$\overrightarrow{أجـ}$ = جـ − أ = (−٤ ، ٠ ، ٢)

∴ $\overrightarrow{أب}$ × $\overrightarrow{أجـ}$ = $\begin{vmatrix} \vec{س} & \vec{ص} & \vec{ع} \\ -٤ & ك & ٠ \\ -٤ & ٠ & ٢ \end{vmatrix}$ = (٢ك ، ٨ ، ٤ك)

∴ م△ = ½ ‖ $\overrightarrow{أب}$ × $\overrightarrow{أجـ}$ ‖

٦ = ½ $\sqrt{٤ك^٢ + ٦٤ + ١٦ك^٢}$

١٢ = $\sqrt{٢٠ك^٢ + ٦٤}$ ، ربع ∴ ٢٠ك^٢ + ٦٤ = ١٤٤

∴ ك^٢ = ٤ ⟵ ك = ± ٢

٥ ٨) إذا كانت المعادلة الإحداثية لكرة هي: (س + ٢)^٢ + (ص − ١)^٢ + (ع − ٣)^٢ = ٩
فإن معادلتها الاحداثية بعد انتقال مقداره أربع وحدات في اتجاه وحدة هي .....

✓ (أ) (س + ٢)^٢ + (ص + ٣)^٢ + (ع − ٣)^٢ = ٩
(ب) (س − ٢)^٢ + (ص + ٣)^٢ + (ع − ٣)^٢ = ٤٩
(جـ) (س − ٤)^٢ + (ص − ١)^٢ + (ع + ٣)^٢ = ٩
(د) (س + ٢)^٢ + (ص − ٥)^٢ + (ع − ٣)^٢ = ٤٩

للمعادلة م = (−٢ ، ١ ، ٣)
الانتقال ل = (٠ ، −٤ ، ٠)
∴ مركز الكلوية = م′ = م + ل
م′ = (−٢ ، −٣ ، ٣) نق = ٣
المعادلة (س + ٢)^٢ + (ص + ٣)^٢ + (ع − ٣)^٢ = ٩

٦ أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (٢ ، −١ ، ٣) ويقطع من الجزء الموجب لمحور السينات جزء طوله ٦ وحدات.

الحل

مقال

المستقيم يمر أ (٢ ، −١ ، ٣) ب (٦ ، ٠ ، ٠)

∴ $\overrightarrow{هـ} = \overrightarrow{أب} = ب - أ = (٤ ، ١ ، −٣)$

∴ ① المتجه $\overrightarrow{ر} = (٢ ، −١ ، ٣) + ك (٤ ، ١ ، −٣)$

② البارامترية س = ٢ + ٤ك

ص = −١ + ك

ع = ٣ − ٣ك

③ العامة $\frac{س - ٢}{٤} = \frac{ص + ١}{١} = \frac{ع - ٣}{-٣}$

٧ إذا كان المستقيم $\frac{س + ٥}{-٢} = \frac{ص - ٣}{٣} = \frac{ع - ٢}{ك}$ عمودى على المستقيم $\frac{س + ١}{٦} = \frac{ص + ٢}{م} = \frac{ع - ٤}{-٦}$ فإن ٢ك − م = ...

(أ) ١٣

(ب) ٤

(جـ) −٤

(د) −١٣

∵ $هـ_١ = (-٢ ، ٣ ، ك)$

$هـ_٢ = (٦ ، م ، -٦)$

∵ $ل_١ \perp ل_٢$

∴ $هـ_١ . هـ_٢ = ٠$

−١٢ + ٣م − ٦ك = ٠

٦ك − ٣م = −١٢ ÷ ٣

٢ك − م = −٤

ليس المطلوب منا الوصول... للكمال

ولكن المطلوب السعي المستمر نحوه !

٨ إذا كان المستوى س − ص + م ع = ٦ والمستوى $\overleftarrow{م}$ ٠ (٣ ، ل ، ٩) = ١٢ متوازيان فإن $\frac{م}{ل}$ = ...

(أ) ١
✓ (ب) −١
(جـ) صفر
(د) ٢

الحل

∵ $ن_1$ = (١ ، −١ ، ٣)
$ن_2$ = (٣ ، ل ، ٩)
∴ $ن_1 // ن_2$ ، $\frac{١}{٣} = \frac{-١}{ل} = \frac{م}{٩}$
ل = −٣ ، م = ٣
∴ $\frac{م}{ل}$ = −١

---

٩ قياس الزاوية المحصورة بين المستويين ٣س − ٦ص + ٦ع − ٥ = ٠ ، س + ع − ٥ = ٠ يساوي .....

(أ) ٦٠
(ب) ٣٠
✓ (جـ) ٤٥
(د) ٩٠

الحل

$ن_1$ = (٣ ، −٦ ، ٦) ، ‖$ن_1$‖ = ٩
$ن_2$ = (١ ، ٠ ، ١) ، ‖$ن_2$‖ = $\sqrt{٢}$

جتا θ = $\frac{|ن_1 \cdot ن_2|}{‖ن_1‖ \cdot ‖ن_2‖}$ = $\frac{|٣ + ٦|}{٩\sqrt{٢}}$ = $\frac{١}{\sqrt{٢}}$

∴ θ = ٤٥°

---

١٠ قياس الزاوية بين المستقيمين $ل_1$: س − ١ = $\frac{ص + ٢}{\sqrt{٢}}$ = −ع + ١
$ل_2$: س = ع + ٣ ، ص = ٤

هـ = ...
✓ ٤٥
١٢٠
١٣٥
١٥٠

الحل . $جـ_1$ = (١ ، $\sqrt{٢}$ ، −١) ، ‖$جـ_1$‖ = ٢
$جـ_2$ = (−١ ، ٠ ، ١) ، ‖$جـ_2$‖ = $\sqrt{٢}$
جتا θ = $\frac{|-١ - ١|}{٢\sqrt{٢}}$ = $\frac{١}{\sqrt{٢}}$ ، θ = ٤٥°